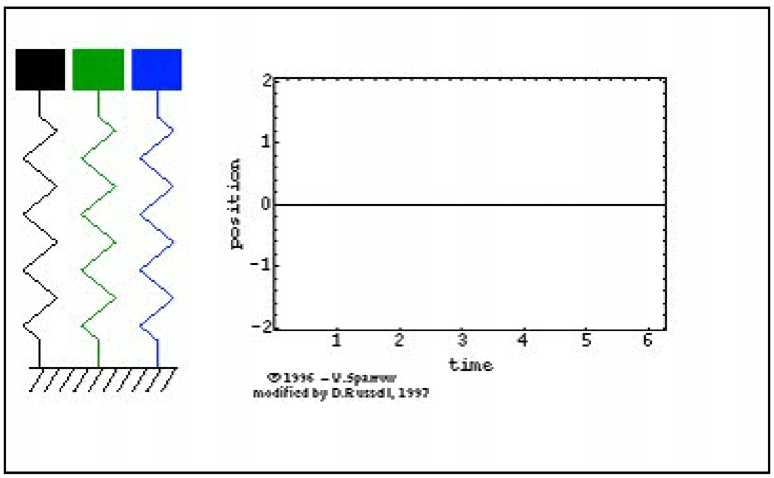
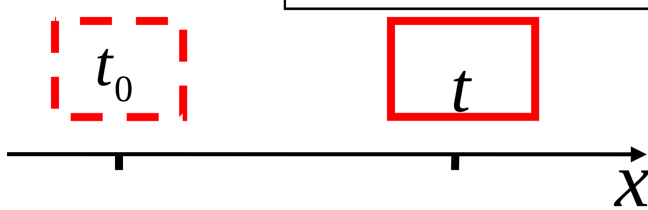
არაწრფივი რხევები: არაჰარმონიული ოსცილატორი

აქ განვიხილავთ რხევებს მექანიკურ სისტემებში, მათზე ამომწურავი ინფორმაცია შეიძლება მიიღოთ Wikipedia-ს ინტერნეტ ენციკლოპედიაში, კერძოდ, [ჰარმონიულ ოსცილატორსა]() და [მათემატიკური ქანქარის ჰარმონიულ მიახლოებაზე]().

გავიხსენოთ სკოლის პროგრამიდან უმარტივესი ჰარმონიული რხევების მაგალითები:

ანიმაციის სანახავად აწკაპუნეთ მანამ, სანამ რამე არ გამოჩნდება





$$\mathrm{v}(t) = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}; \qquad a(t) = \frac{\mathrm{v}(t) - \mathrm{v}(t_0)}{t - t_0}$$

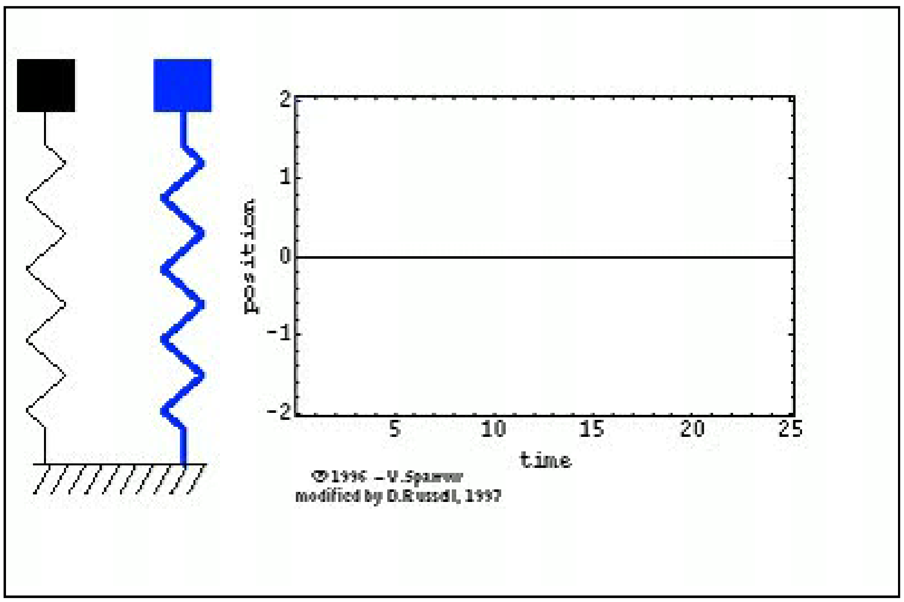
$$\lim_{t \to t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} \equiv \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v}(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t};$$

$$a(t) = \frac{\mathrm{dv}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x(t)}{\mathrm{d}t^2} \quad \Rightarrow \quad m\frac{\mathrm{d}^2 x(t)}{\mathrm{d}t^2} = -\mathrm{k}x$$

ხახუნის გათვალისწინებით რომელიც სიჩქარის პროპორციულია, მივიღებთ შემდეგ განტოლებას

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \gamma\frac{dx}{dt}$$

ანიმაციის სანახავად დააწკაპუნეთ, სანამ რამე არ გამოჩნდება



არაჰარმონიული ოსცილატორი (anharmonic Oscillator)

ის ხასიათდება შემდეგი ენერგიით:

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} + \frac{k_3x^4}{4}$$

აქ x^3-ის პროპორციული წევრი გამოტოვებულია სიმარტივისთვის, რაც ნიშნავს რომ ერთნაირი სიდიდის შეკუმშვისას და გაჭიმვისას მოდულით ერთნაირი ძალა აღიძვრება. ამ ჩაწერაში m ბურთულის მასაა, v მისი სიჩქარე, x ნაწილაკის გადახრაა წონასწორობის მდგომარეობიდან, k ჰუკის კონსტანტა, რომელიც წრფივ რხევებს

განაპირობებს და k_3 არის არაწრფივი კონსტანტა. იმის გათვალისწინებით, რომ ხახუნი არა გვაქვს (ესე იგი E მუდმივია) და $\mathrm{v} = dx/dt$, ზემოთ მოყვანილი ტოლობა შეიძლება გადაიწეროს დიფერენციალური განტოლების სახით

$$\frac{m}{2}\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 = E - \frac{kx^2}{2} - \frac{k_3 x^4}{4} \qquad (1)$$

რომელიც, თუ t-თი გავაწარმოებთ, ექვივალენტურია ნიუტონის მეორე კანონის გამოყენებით ჩაწერილი განტოლებისა:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - k_3 x^3 \qquad (2)$$

რადგან MATLAB-ი მხოლოდ პირველი რიგის დიფერენციალურ განტოლებებს ხსნის, ამიტომ (2) უნდა დავიყვანოთ შემდეგ ორ განტოლებათა სისტემაზე:

$$\frac{dx}{dt} = \mathrm{v}$$

$$m\frac{d\mathrm{v}}{dt} = -kx - k_3 x^3 \qquad (3)$$

ახლა თუ ხახუნსაც გავითვალისწინებთ, რომელიც ჩავთვლით, რომ სიჩქარის პროპორციულია და საწინააღმდეგოდაა მიმართული, საბოლოოდ გვექნება:

$$\frac{dx}{dt} = \mathrm{v}$$

$$m\frac{d\mathrm{v}}{dt} = -kx - k_3 x^3 - c\mathrm{v} \qquad (4)$$

ამ განტოლებების ჩაწერა MATLA-ში თითქმის ტრივიალურია და ამ ლინკებზე არის ორი ფაილი oscillator.m და oscillator1.m სადაც უნდა გავუშვათ პირველი ფაილი MATLAB-ის command windows-ში.

პირველი ფაილი - oscillator.m

```
clear

t = 160;
L=0.5;

x(1) = 0;
x(2) = 1;
options = odeset('RelTol',1e-7,'OutputFcn','odeplot','OutputSel',[1]);
[t x] = ode45('oscillator1', [0:L:t], x, options);
```

მეორე ფაილი – oscillator1.m

```
function dxdt = oscillator1(t,x)

a = 0;
k = 1;
k3 = 1;
m = 1;

dxdt(1) = x(2);
dxdt(2) = -(1/m)*(k*x(1) + k3*x(1)^3)- a*x(2);

dxdt = dxdt';
```

ამოცანები

1. დაამატეთ სიჩქარის პროპორციული ხახუნის ძალა და არანულოვანი საწყისი გადახრისა და ნულოვანი საწყისი სიჩქარის დროს გააკეთეთ ოსცილატორის ამოცანის მოდელირება.

2. მოსდეთ ოსცილატორს გარეშე იმპულსური ძალა და ააგეთ გადახრისა და სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები.
3. გააკეთეთ ამოცანის მოდელირება, როდესაც ოსცილატორზე მოდებულია პერიოდული გარეშე ძალა, რომლის სიხშირეც ახლოსაა რეზონანსულ სიხშირესთან.