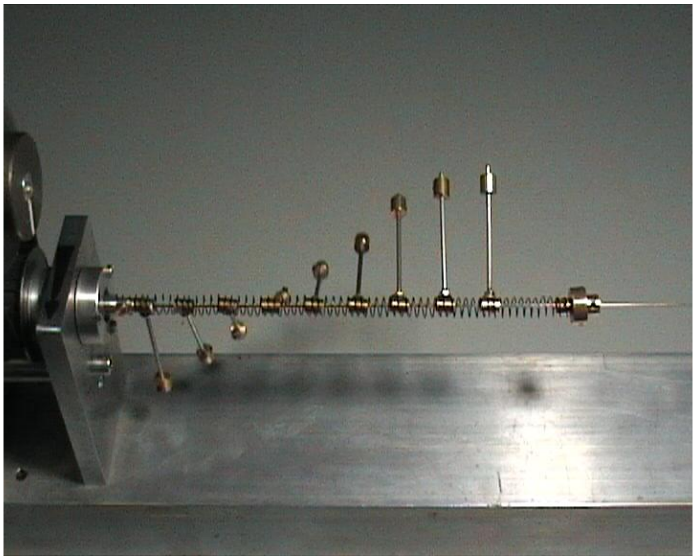
ქანქარების ჯაჭვი (**pendula chain**)

შემდეგ მაგალითად განვიხილოთ ქანქარების ჯაჭვი, რომელიც სურათზეა წარმოდგენილი. გარდა იმისა, რომ ყოველ ქანქარაზე მოქმედებს სიმძიმის ძალა (როგორც ეს პირველ ლექციაში იყო განხილული), ქანქარები ერთმანეთთან ზამბარების გრეხვითი ძალითაც ურთიერთქმედებენ. გამარტივებულ მოდელში ჩვენ ჩავთვლით, რომ ზამბარების გრეხვითი დეფორმაცია მცირეა და ჰუკის კანონით შეგვიძლია ვისარგებლოთ. ესე იგი ძალა რომელიც მაგალითად მესამე ქანქარაზე მოქმედებს მეოთხე ქანქარის მხრიდან პროპორციულია მათი ფარდობითი გადახრის კუთხის, ესე იგი $k(\alpha_4-\alpha_3)$, სადაც k ჰუკის კონსტანტაა. ახლა თუკი კიდევ მეორე ქანქარის მხრიდან მოქმედ ძალასაც გავითვალისწინებთ, მაშინ სრული ძალა, რომელიც მესამე ქანქარაზე მოქმედებს, ასე ჩაიწერება: $k(\alpha_4-\alpha_3)+k(\alpha_2-\alpha_3)$. ამგვარად ზოგადად n-ური ქანქარის მოძრაობის განტოლება ასე ჩაიწერება (იხილე აგრეთვე წინა ლექცია):



$$l^2\frac{d^2\alpha_n}{dt^2}=k(\alpha_{n+1}-\alpha_n)+k(\alpha_{n-1}-\alpha_n)-gl\sin(\alpha_n)$$

ახლა თუკი გავშლით $\sin(\alpha_n)$ მწკრივად და დავიტოვებთ განტოლებაში მხოლოდ პირველ წევრს, მივიღებთ წრფივ მიახლოებას:

$$l^2\frac{d^2\alpha_n}{dt^2}=k(\alpha_{n+1}-\alpha_n)+k(\alpha_{n-1}-\alpha_n)-gl\alpha_n \qquad (3)$$

როგორც წინა შემთხვევაში ვიყენებთ ჩასმას შემდეგი სახით:

$$\alpha_n=\varphi\cos(pn-\omega t)=(\varphi/2)\left(e^{i(pn-\omega t)}+e^{-i(pn-\omega t)}\right)$$

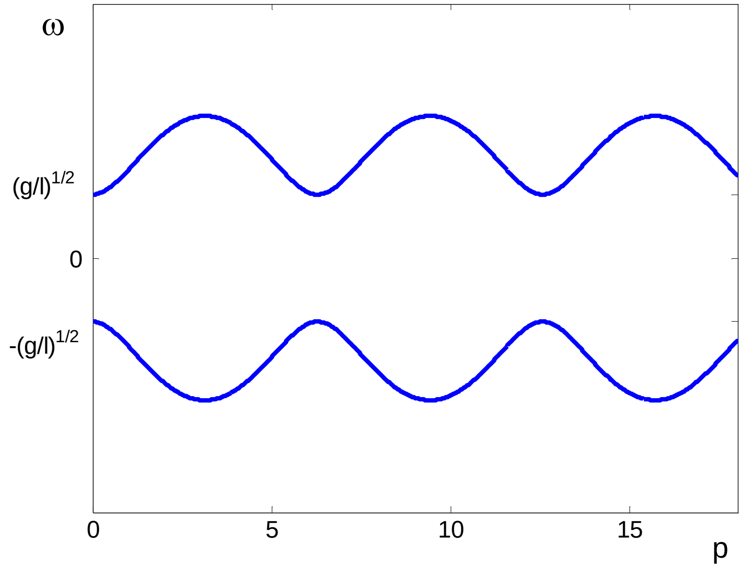
(სადაც φ მუდმივაა) და ჩავსვათ (3) განტოლებაში. ახლა თუ გავითვალისწინებთ, რომ

$$\begin{aligned}&k(\alpha_{n+1}+\alpha_{n-1}-2\alpha_n)-gl\alpha_n=\\ &k(\varphi/2)\left[e^{i(pn-\omega t)}\left(e^{ip}+e^{-ip}-2\right)+e^{-i(pn-\omega t)}\left(e^{ip}+e^{-ip}-2\right)\right]-gl\varphi\cos(pn-\omega t)=\\ &=-2k\varphi(1-\cos p)\cos(pn-\omega t)-gl\varphi\cos(pn-\omega t)\end{aligned}$$

და წრფივი დისპერსია ჩაიწერება შემდეგი სახით:

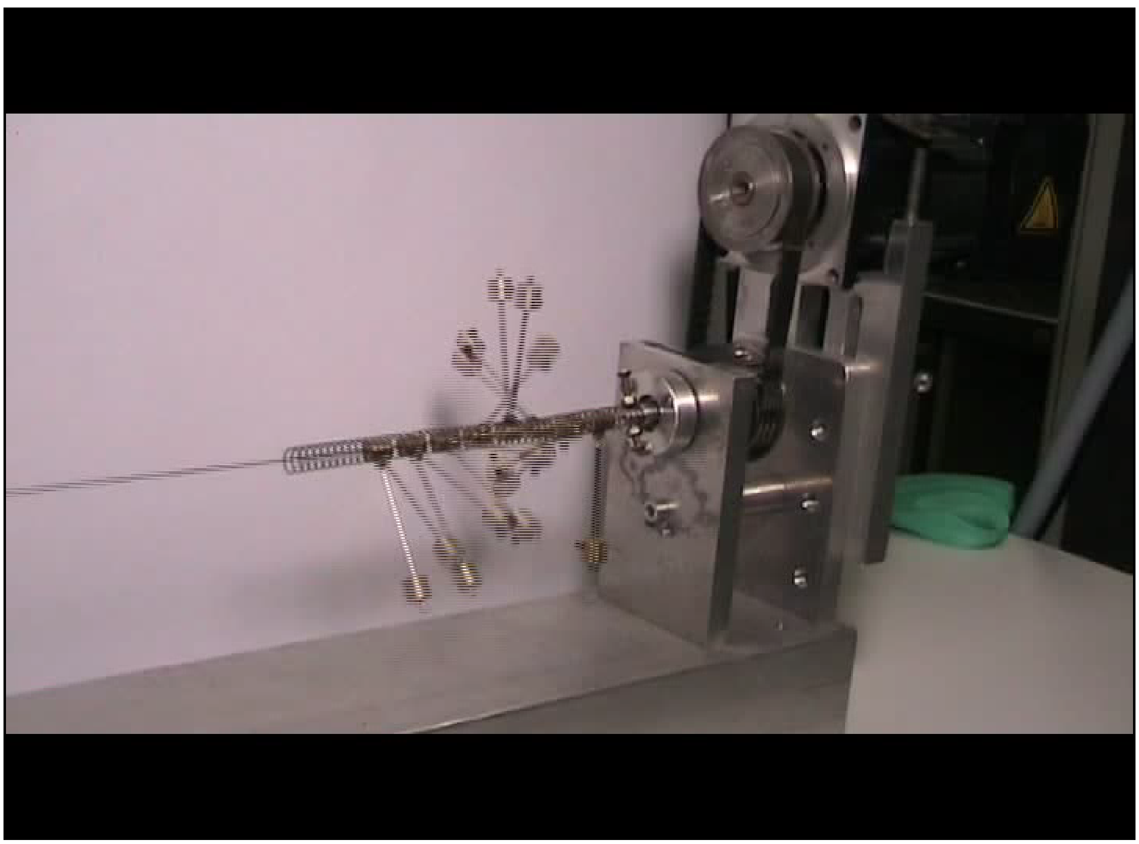
$$\omega^2=2(k/l^2)(1-\cos p)+(g/l)$$

რომელსაც უკვე აქვს “ბუნებრივი ღრეჩო” (Natural Band Gap) სპექტრში, ანუ არ არსებობს აღგზნების სიხშირე $\omega^2<g/l$ ინტერვალში. ჩვენ ქვემოთ მოგვყავს შესაბამისი მრუდები სიხშირის ტალღის რიცხვზე დამოკიდებულებისა.

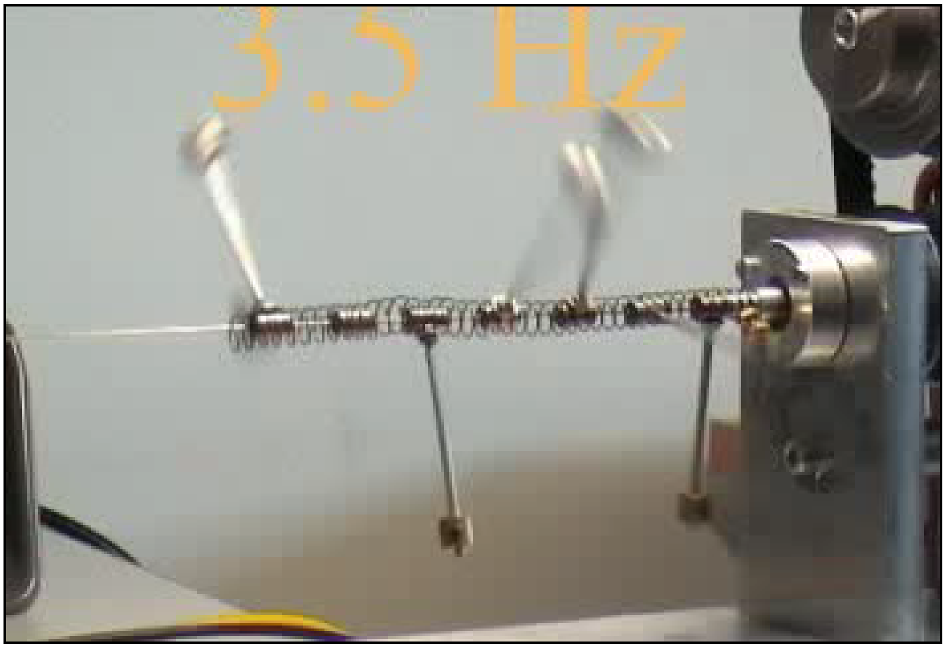


ჩვენი მიზანია მოდელირება ექსპერიმენტებისა, რომლებიც ნაჩვენები იქნება ქანქარების ჯაჭვისთვის, კერძოდ, ჩავატარებთ ექსპერიმენტებს ქანქარების ჯაჭვის ერთი ბოლოდან აღგზნებებისთვის, როცა აღგზნების სიხშირე იქნება ღრეჭოში ანდა სპექტრში და დავაკვირდებით ენერგიის გამტარებლობის სხვადასხვა რეჟიმებს მცირე და დიდი აღგზნების ამპლიტუდების დროს.

სამმაგი სტაბილურობა (**Tristability**)



არაწრფივი ბისტაბილურობა და ჰისტერეზისი სპექტრში აღგზნებისას



დავალება

ჩაატარეთ რიცხვითი ექსპერიმენტები ქანქარების ჯაჭვზე MATLAB-ის ფაილების fputest.m და fputest1.m გადაკეთებით ქანქარებისთვის.