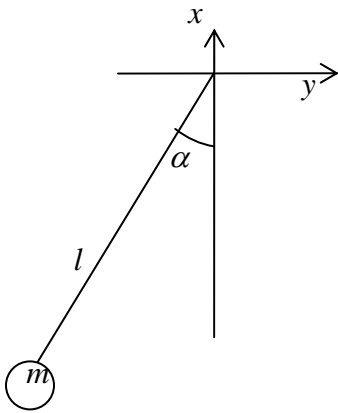


მათემატიკური ქანქარა (pendulum)



სქემატური ნახაზი მოცემულია ნახაზზე:

აქ l ძაფის სიგრძეა, m ბურთულის მასა და α ქანქარის გადახრის კუთხე. თუ პოტენციურ ენერჯიას ლაკიდების წერტილიდან ავითვლით, მაშინ გვექნება ენერჯიისთვის გვექნება:

$$E = \frac{mv^2}{2} - mgl \cos \alpha$$

თუ ახლა გავითვალისწინებთ, რომ

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = \left[\frac{dx}{dt} \right]^2 + \left[\frac{dy}{dt} \right]^2$$

და აგრეთვე იმას, რომ

$$x = l \sin \alpha \quad y = l \cos \alpha$$

სადაც l მუდმივი სიდიდეა, საბოლოოდ მივიღებთ:

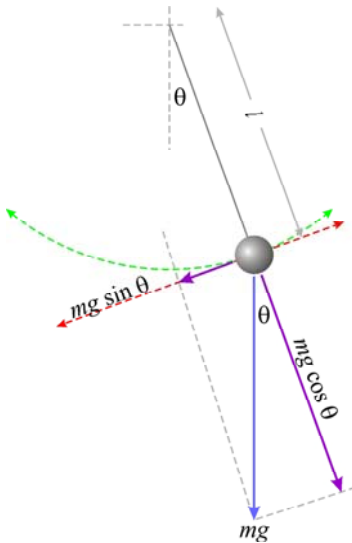
$$E = \frac{ml^2}{2} \left[\frac{d\alpha}{dt} \right]^2 - mgl \cos \alpha \quad (2)$$

ეს კი შეგვიძლია გადავწეროთ როგორც შემდეგი დიფერენციალური განტოლება:

$$l^2 \left[\frac{d\alpha}{dt} \right]^2 = 2gl + \frac{2E}{m} - 4gl \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

თუ ამას კიდევ ერთხელ გავაწარმოებთ დროით, მივიღებთ ქანქარის რხევის ცნობილ განტოლებას, რომელიც პირდაპირ გამომდინარეობს ნიუტონის მეორე კანონიდან:

$$l^2 \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -gl \sin \alpha$$



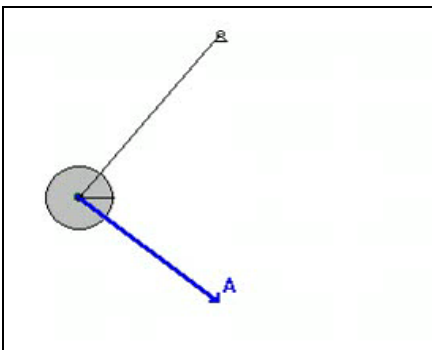
$$ma = F_g$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt}; \quad F_g = -mgsin\theta$$

$$v(t) = l \cdot \omega(t); \quad \omega(t) = \frac{\theta(t) - \theta(t_0)}{t - t_0}$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \Rightarrow a(t) = l \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

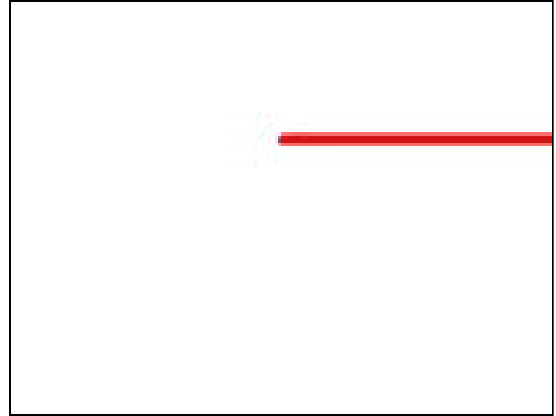
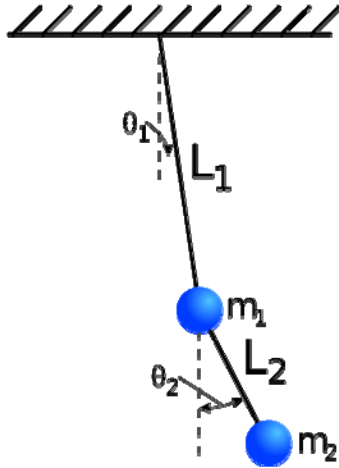
$$ml \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \sin \theta$$



$$\sin \theta \approx \theta \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta$$

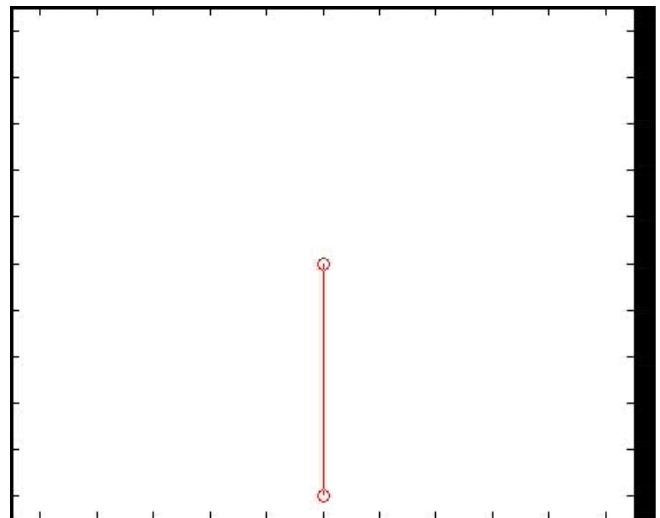
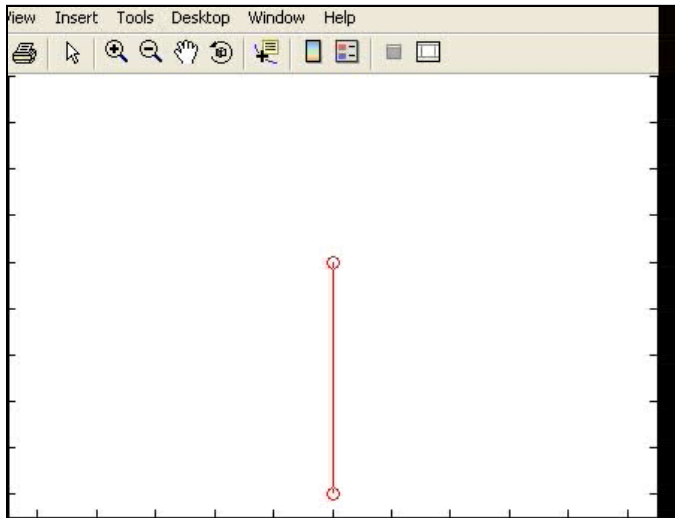
$$\theta = \theta_0 \cos(\Omega t); \quad \Omega = \sqrt{g/l}$$

ორმაბი ქანქარა



მცირე და დიდი რხევები ხაზუნის გათვალისწინებით

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta - c \frac{d\theta}{dt}$$



ამოცანები:

MATLAB-ში რიცხვითი ექსპერიმენტები გააკეთეთ ამ ფაილების [oscillator.m](#) და [oscillator1.m](#) მიხედვით, რომლებიც დაწერილია ოსცილატორისთვის.

1. გადააკეთეთ ოსცილატორისთვის დაწერილი ფაილები ქანქარისთვის და მოდელირებით აჩვენეთ, რომ ზღვარში $E = mgl$ გვაქვს: $\alpha = 4\arctg\left[\exp\left(t\sqrt{\frac{g}{l}}\right)\right] + \pi$;
2. მოდელირება გააკეთეთ ქანქარის ორი განსხვავებული რეჟიმისთვის – რხევითისთვის და ბრუნვისთვის შესაბამისი განსხვავებული საწყისი პირობების შერჩევით.
3. მოსდეთ ქანქარას გარე რეზონანსული ძალა და ააგეთ ქანქარის სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები.