მეტეოროლოგიური ზონდი

10 პოლინომური ანალიზი

პრობლემა: ამინდის წინასწარმეტყველება

ამინდის გამოსაკვლევი ზონდი (მეტეოროლოგიური ბალონი) გამოიყენება ატმოსფეროს ზედა ფენებში მონაცემთა შესაგროვებლად ამინდის მოდელირებისათვის. ბალონი შევსებულია ჰელიუმით და აღწევს წონასწორობის წერტილს როცა სხვაობა ბალონში ჰელიუმისა და გარემოს სიმკვრივეს შორის ნულს უტოლდება. ბალონი ჩერდება მოცემულ სიმაღლეზე. დღის განმავლობაში მზე ათბობს ბალონს, ჰელიუმი ფართოვდება და ბალონში სიმკვრივე ეცემა. ამის გამო ზონდი გადაინაცვლებს ატმოსფეროს უფრო ზედა ფენებში. საღამოს ჰელიუმი კვლავ ცივდება და ზონდი ატმოსფეროს ქვედა ფენებს უბრუნდება. ბალონს გამოიყენებენ მის ირგვლივ ტემპერატურის, წნევის, ტენიანობის, ქიმიური კონცენტრაციის და სხვა პარამეტრების გასაზომად. ბალონი რჩება გარკვეულ სიმაღლეზე რამდენიმე საათის, დღის ან წლების განმავლობაში, რათა შეკრიბოს მონაცემები გარემოს შესახებ. ბალონი დედამიწას უბრუნდება, თუ ჰელიუმი გაჟონავს ბალონიდან.

შესავალი

შესავალი

ამ თავში წარმოგიდგენთ MATLAB ფუნქციებს პოლინომის ანალიზისათვის. პირველ რიგში განვიხილავთ გზებს, როგორ შევქმნათ პოლინომი და როგორ ვაწარმოოთ გამოთვლები

პოლინომის საშუალებით. შემდეგ განვიხილავთ ამოცანას, სადაც ნაჩვენებია როგორ შევქმნათ მეტეოროლოგიური ბალონის სიჩქარის და სიმაღლის მოდელი პოლინომის საშუალებით. ამის შემდეგ განვიხილავთ ფუნქციებს, რომლებიც საშუალებას გვაძლევს ვიპოვოთ პოლინომის ფესვები და პირიქით ფესვების საშუალებით ავაგოთ პოლინომის გამოსახულება.

10.1 გამოთვლები პოლინომის საშუალებით.

პოლინომი არის ერთი ცვლადის ფუნქცია, რომლის ზოგადი ფორმულა ასეთია:

$$f(x) = a_1 x^N + a_2 x^{N-1} + a_3 x^{N-2} + \cdots + a_{N-1} x^2 + a_N x + a_{N+1}$$

სადაც ცვლადია x ხოლო კოეფიციენტები a_1, a_2, და ა.შ. პოლინომის ხარისხი ცვლადის ხარისხის ყველაზე მაღალი მაჩვენებლის ტოლია. ამრიგად, კუბური – მესამე ხარისხის პოლინომის ზოგადი ფორმულაა:

$$g(x) = a_0 x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3$$

მაგალითად:

$$h(x) = x^3 - 2x^2 + 0.5x - 6.5$$

პოლნომის კოეფიციენტის ინდექსი იწყება 1 –ით უმაღლესი ხარისხის მქონე ცვლადისათვის.

პოლინომს ხშირად ვიყენებთ საინჟინრო თუ სამეცნიერო ამოცანებში იმის გამო, რომ მათი საშუალებით შესაძლებელია კარგად აისახოს ფიზიკური სისტემები. მეცხრე თავში უკვე გავეცანით ექპერიმენტულ მონაცემთა მოდელირების მაგალითს პოლინომის საშუალებით.

9.1.1 პოლინომის მნიშვნელობის გამოთვლა (შეფასება)

MATLAB-ში არსებობს ცვლადის მოცემულ მნიშვნელობათათვის პოლინომის გამოთვლის რამდენიმე გზა. მაგალითად გვინდა გამოვთვალოთ შემდეგი პოლინომის მნიშვნელობა:

$$f(x) = 3x^4 - x^3 - 5.2$$

თუ გვინდა გამოვთვალოთ ამ ფუნქციის მნიშვნელობა სკალარისათვის, რომელიც ენიჭება x ცვლადს, დავწერთ:

f = 3*x^4 – 0.5*x^3 + x – 5.2

თუ x ვექტორია ან მატრიცა, მაშინ გამოვიყენებთ მასივურ ან შესაბამისი ელემენტების ოპერაციას:

f = 3*x.^4 – 0.5*x.^3 + x. – 5.2

მიღებული f მატრიცის ზომა ისეთივე იქნება, როგორც x მატრიცის.

პოლინომის მნიშვნელობა შეიძლება გამოვთვალოთ აგრეთვე ფუნქციით **polyval,** რომელსაც ორი არგუმენტი აქვს. პირველი არგუმენტი შეიცავს პოლინომის კოეფიციენტებს, მეორე კი x იმ მნიშვნელობებს, რომელთათვისაც ვითვლით პოლინომის მნიშვნელობებს. ამრიგად, f პოლინომის მნიშვნელობათა გამოსათვლელად დაგვჭირდება ბრძანებები:

```
a = [3, -0.5, 0, -5.2];
f = polyval(a,x);
```

ეს ორი ბრძანება შეიძლება გავაერთიანოთ:

```
f = polyval([3, -0.5, 0, -5.2], x);
```

f ზომა ისეთივე იქნება, როგორც x , რომელიც შეიძლება იყოს სკალარიც, ვექტორიც და მატრიცაც.

დავუშვათ გვინდა გამოვთვალოთ პოლინომის მნიშვნელობები ინტერვალში [0,5]:

$$g(x) = -x^5 + 3x^3 - 2.5x^2 - 2.5$$

შემდეგი ბრძანებები მოგვცემს პოლინომის 201 მნოშვნელობას ამ ინტერვალზე.

```
x = 0:5/200:5;
a = [-1, 0, 3, -2.5, 0, -2.5];
g = polyval(a,x);
```

როცა x ვექტორია ან სკალარი, ფუნქცია **polyval** პოლინომის მნიშვნელობას გამოითვლის შესაბამის ელემენტებს შორის ოპერაციით, როგორც წინა მაგალითშია აღწერილი. პოლინომოს მნიშვნელობები შეიძლება გამოვითვალოთ მატრიცული ოპერაციით. ამისათვის არსებობს ფუნქცია **polyvalm**:

f = polyvalm(a,X) – როცა a N+1 სიგრძის ვექტორია, რომელიც შეიცავს პოლინომის კოეფიციენტებს, გამოითვლის პოლინომის მნიშვნელობებს მატრიცული არგუმენტით X. X უნდა იყოს N x N ზომის კვადრატული მატრიცა. პოლინომის თავისუფალი წევრი გადამრავლდება ერთეულოვან მატრიცაზე I:

f = a(1)*X^N + a(2)*X^(N-1) + …+ a(N)*X*I

10.2 არითმეტიკული ოპერაციები

დავუშვათ ორი პოლინომის კოეფიციენტები ჩაწერილია სტრიქონი a და b ვექტორის სახით. შეგვიძლია ვაწარმოოთ პოლინომური გამოთვლები. მაგალითად რომ შევკრიბოთ პოლინომები, უნდა შევკრიბოთ მათი შესაბამისი კოეფიციენტები. ამრიგად პოლინომების ჯამის კოეფიციენტები ტოლია შესაკრებ პოლინომთა შესაბამისი (ერთნაირი ხარისხის მქონე ცვლადის კიეფიციენტები) კოეფიციენტების ჯამისა. შევნიშნავთ, რომ ვექტორები, რომელიც შეიცავს პოლინომის კოეფეიციენტებს ერთნაირი სიგრძის უნდა იყოს. საილუსტრაციოდ დავუშვათ გვინდა შევკრიბოთ 2 პოლინომი;

$$g(x) = x^4 - 3x^2 - x + 2.4$$
$$h(x) = 4x^3 - 2x^2 + 5x - 16$$
$$s(x) = g(x) + h(x)$$

მათ შესაკრებად MATLAB –ში ვიყენებთ ბრძანებებს:

```
g = [1, 0, -3, -1, 2.4];
h = [0, 4, -2, 5, -16];
s = g + h;
```

მივიღებთ

```
s =

      1.0000    4.0000   -5.0000    4.0000  -13.6000
```

ასევე გამოითვლება პოლინომთა სხვაობაც. ორი პოლინომის სხვაობის ვექტორის ელემენტები მიიღება მათი ვექტირების შესაბამისი ელემენტების გამოკლებით. აქაც იგივე ბირობა უნდა იყოს დაცული – ვექტორები ერთნაირი სიგრძის უნდა იყოს.

პოლინომის სკალარულ სიდიდეზე გასამრავლებად მისი კოეფიციენტების ვექტორი უნდა გავამრავლოთ სკალარზე. ამრიგად, თუ გვაქვს პოლინომი $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$, იმისათვის, რომ მივიღოთ $g(x) = 3f(x)$ პოლინომის კოეფიციენტები, ვსარგებლობთ ბრძანებებით:

```
f = [3, -6, 1];
g = 3*f;
```

სკლარის მნიშვნელობა შეიძლება დადებითიც იყო და უარყოფითიც.

პოლინომების ერთმანეთზე გადამრავლება უფრო რთული პროცესია, ვიდრე მათი შეკრება და გამოკლება. MATLAB პოლინომთა გადამრავლებას ახორციელებს ფუნქციით **conv**, რომელიც ასრულებს ნამრავლი პოლინომის კოეფიციენტების გამოთვლის ყველა საჭირო საფეხურს და გვაძლევს მისი შესაბამისი კიეფიციენტების ვექტირს. თუ a და b A და B პოლინომების ვექტორ-სტრიქონებია, C ნამრავლი პოლინომის კოეფიციენტები შემდეგი ბრძანებით გამოითვლება:

```
c = conv(a,b);
```

არ არის აუცილებელი, რომ a და b ვექტორები ერთნაირი სიგრძის იყოს.

პოლინომების გაყოფა MATLAB –ში ხორციელდება ბრძანებით **deconv**, რომელიც გვაძლევს ორ ვექტორს: პირველი ვექტორი შეიცავს განაყოფი პოლინომის კოეფიციენტებს, ხოლო მეორე ნაშთი პოლინომის კოეფიციენტებს. **deconv** და **conv** ფუნქციები ხშირად გამოიყენება სიგნალის დამუშავებში და დაწვრილებით განვიხილავთ ამ საკითხისადმი მიძღვნილ თავში.

conv და **deconv** ფუნქციათა საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ორი პოლინომის ნამრავლი:

$$g(x) = (3x^3 - 5x^2 + 6x - 2)(x^5 + 3x^4 - x^2 + 2.5)$$

შეგვიძლია ეს ნამრვლი გამოვთვალოთ ბრძანებებით:

```
a = [3, -5, 6, -2];
b = [1, 3, 0, -1, 0, 2.5];
g =  conv(a,b);
```

g ვექტორი მიიღებს მნიშვნელობას – [3, 4, -9, 13, -1, 1.5, -10.5, 15, -5], რაც შეესაბამება პოლინომს:

$$g(x) = 3x^8 + 4x^7 - 9x^6 + 13x^5 - x^4 + 1.5x^3 - 10.5x^2 + 15x - 5$$

ფუნქცია **deconv** პოლინომთა გაყოფას ასრულებს. შევასრულოთ გაყოფა:

$$h(x) = \frac{3x^8 + 4x^7 - 9x^6 + 13x^5 - x^4 + 1.5x^3 - 10.5x^2 + 15x - 5}{x^5 + 3x^4 - x^2 + 2.5}$$

მივმართავთ ბრძანებებს:

```
n = [3, 4, -9, 13, -1, 1.5, -10.5, 15, -5];
d = [1, 3, 0, -1, 0, 2.5];
[q,r] =  deconv(n,d);
```

როგორც მოსალოდნელი იყო მივიღებთ განაყოფი პოლინომის კოეფიციენტებს [3, -5, 6, -2], ანუ პოლინომს $3x^3 - 5x^2 + 6x - 2$ და ნაშთის ვექტორს, რომელის ელემენტებიც ნულის ტოლია.

ახლა განვიხილოთ ასეთი განაყოფი:

$$h(x) = \frac{x^3 + 5x^2 + 11x + 13}{x^2 + 2x + 4}$$

MATLAB საშუალებით გამოვითვლით:

```
n = [1 5 11 13];
d = [1 2 4];
[q,r] = deconv(n,d);
```

მივიღებთ: q = [1 3] da r = [0 0 1 1].

რაც ნიშნავს:

$$h(x) = \frac{x^3 + 5x^2 + 11x + 13}{x^2 + 2x + 4} = x + 3 + \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 4}$$

ხშირად საჭიროა, რომ პოლინომების განაყოფი წარმოვადგინოთ პოლინომური წილადების ჯამის სახით. MATLAB გააჩნია ფუნქცია **residue,** რომელიც საშუალებას გვაძლევს წილადი დავშალოთ რაციონალური წილადების ჯამად.

სავარჯიშო

მოცემულია პოლინომები:

$$f_1(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$
$$f_2(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$
$$f_3(x) = x^3 - 8x^2 + 20x - 16$$
$$f_4(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$$
$$f_5(x) = x - 2$$

ააგეთ შემდეგ ფუნქციათა მრუდი ინტერვალში [0,4]. გამოთვალეთ პოლინომის კოეფიციენტები ალგებრული ოპერაციებით(element by element) და MATLAB ფუნქციების (**conv, deconv, polyval**) გამოყენებით. შეადარეთ ერთმანეთს ორივე შემთხვევაში მიღებული შედეგების მიხედვით აგებული მრუდები.

1. $f_1(x)$
2. $f_2(x)$-2 $f_4(x)$
3. 3$f_5(x)$+ $f_2(x)$-2 $f_3(x)$
4. $f_1(x)$* $f_3(x)$
5. $f_4(x)/(x-1)$
6. $f_1(x)$* $f_2(x)$* $f_5(x)$
7. $f_2(x)/(x-1)$

პრობლემა: მეტეოროლოგიური ბალონი

მეტეოროლოგიური ბალონის საშუალებით ხორციელდება ტემპერატურის და წნევის გაზომვა ატმოსფეროს სხვადასხვა სიმაღლეზე. ბალონი შევსებულია ჰელიუმით, რომლის სიმკვრივეც ბალონში ნაკლებია ბალონის ირგვლივ გარემოს სიმკვრივეზე ატმოსფეროს დაბალ ფენებში. ამიტომ იგი მიფრინავს სულ მაღლა და მაღლა, ვდრე არ მიაღწევს წონასწორობის წერტილს, ისეთ სიმაღლეს, სადაც ატმოსფეროს სიმკვრივე ბალონში ჰელიუმის სიმკვრივეს გაუტოლდება. დღის განმავლობაში მზე ათბობს რა ჰელიუმს, მისი სიმკვრივე ეცემა და ბალონი უფრო მაღალ ფენებში გადაადგილდება. ღამით ჰელიუმი ცივდება, იკუმშება და მისი სიმკვრივეც იზრდება, რის გამოც ბალონი ატმოსფეროს ქვედა ფენებში ეშვება. გარკვეული პერიოდის განმავლობაში გროვდება მონაცემები ბალონის სიმაღლის შესახებ. სიმაღლის ცვლილების მოდელირება შესაძლებელია პოლინომის საშუალებით.

დავუშვათ 48 საათის განმავლობაში ბალონის სიმაღლე დროის მიხედვით შემდეგი ფორმულის მიხედვით იცვლება:

$$h(t) = -0.12t^4 + 12t^3 - 380t^2 + 4100t + 220$$

სადაც დრო სათებშია მოცემული. ატმოსფეროში ბალონის გადაადგილების სიჩქარე ტოლი იქნება მისი წარმოებულის:

$$\upsilon(t) = -0.48t^3 + 36t^2 - 760t^2 + 4100$$

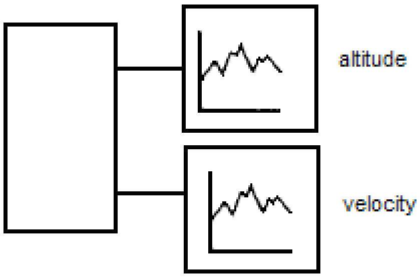
სიჩქარე გაზომილია მ/წმ. ააგეთ მეტეოროლოგიური ბალონის სიმაღლის და სიჩქარის მრუდები (მეტრი, წამი და მეტრი/წამში – ერთეულებში), განსაზღვრეთ ბალონის სიმაღლის უდიდესი მნიშვნელობა და სათანადო დროის მნიშვნელობა.

1. ამოცანის დასმა

მოცემული პოლინომების საშუალებით ააგეთ ატმოსფერული ბალონის სიმაღლისა და სიჩქარის გრაფიკი. იპოვეთ სიმაღლის უდიდესი და დროის სათანადო მნიშვნელობა.

2. INPUT/OUTPUT აღწერა

წარმოადგენს INPUT/OUTPUT დიაგრამას. როგორც ჩანს პროგრამას არ მიეწოდება არანაირი მონაცემები, ხოლო შედეგად იძლევა ორ მრუდს, სიმაღლის უდიდეს მნიშვნელობას და შესაბამის დროს.



ნახ. 10.1 I/O დიაგრამა

3. სახელდახელო ამოხსნა

ეს საფეხური აღარ გვჭირდება, რადგან უნდა დავწეროთ პროგრამა, რომელიც ააგებს მრუდს და იპოვის უდიდეს მნიშვნელობას მონაცემებს შორის, რომლის მიხედვითაც მრუდი აიგო.

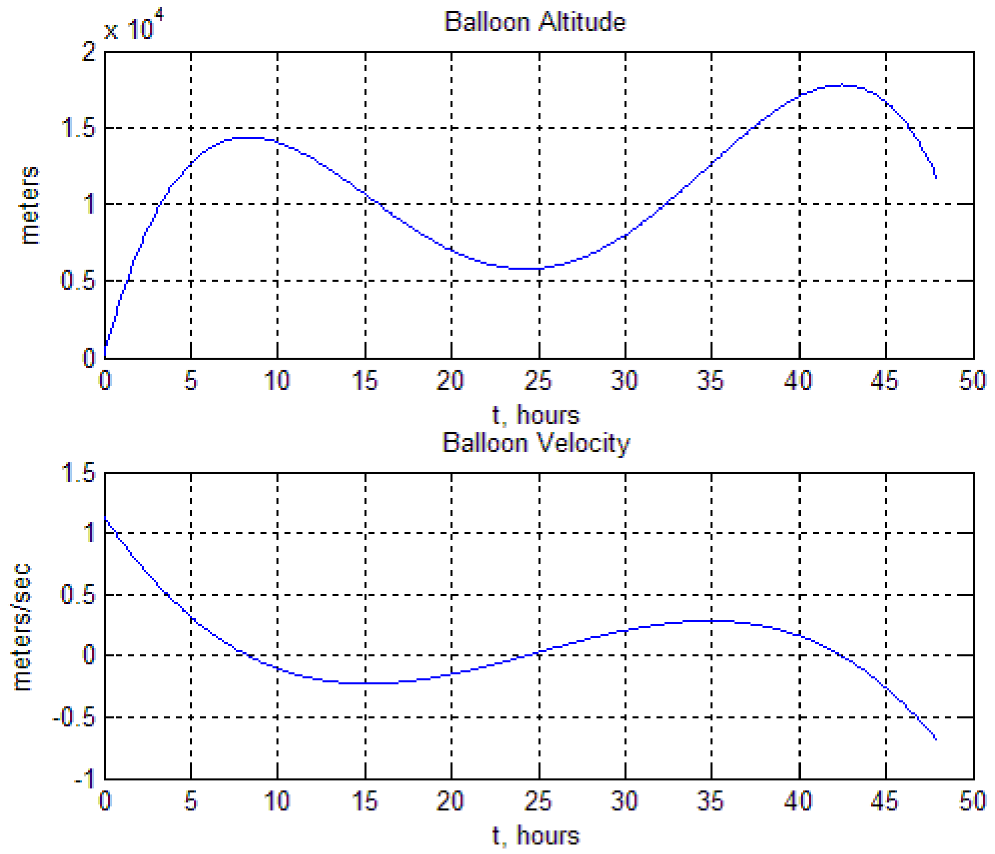
4. MATLAB ამოხსნა

```
%     This program generates altitude and velocity
%     plots using polinomial models for the
%     altitude and velocity of a weather ballon
%
t = 0:0.1:48;
alt_coef = [-0.12, 12, -380, 4100, 220];
vel_coef = [-0.48, 36, -760, 4100];
alt = polyval(alt_coef,t);
vel = polyval(vel_coef,t)/3600;
%
subplot(211),plot(t,alt),...
title('Balloon Altitude'),...
xlabel('t, hours'), ylabel('meters'),grid,...
subplot(212),plot(t,vel),...
title('Balloon Velocity'),...
xlabel('t, hours'), ylabel('meters/sec'),grid,pause
%
[max_alt,k] = max(alt);
max_time = t(k);
fprintf('Maximum altitude: %8.2f    Time: %6.2f \n',...
         max_alt, max_time)
```

5. შემოწმება

შედეგად მიღებული გრაფიკები ნაჩვენებია . მივიღებთ აგრეთვე სიმაღლის უდიდეს მნიშვნელობას:

```
Maximum altitude: 17778.57    Time:  42.40
```



ნახ. 10.2 მეტეოროლოგიური ბალონის სიმაღლე და სიჩქარე

10.3 პოლინომის ფესვები

ამოცანის ამოხსნისას ხშირად გვჭირდება ვიპოვოთ $y = f(x)$ განტოლების ფესვები, ანუ x ცვლადის ის მნიშვნელობები, რომელთათვისაც $y = 0$.

თუ f(x) ფუნქცია N რიგის პოლინომია, მას აქვს ზუსტად N ფესვი. მათ შორის შეიძლება იყოს ერთნაირი მნიშვნელობის მქონე ან კომპლექსური ფესვები. თუ დავუშვებთ, რომ პოლინომის კოეფიციენტები (a_1, a_2, . . .) ნამდვილი რიცხვებია და მას აქვს კომპლექსური ფესვები, ისინი ურთიერთშეუღლებული კომპლექსური რიცხვები იქნება.

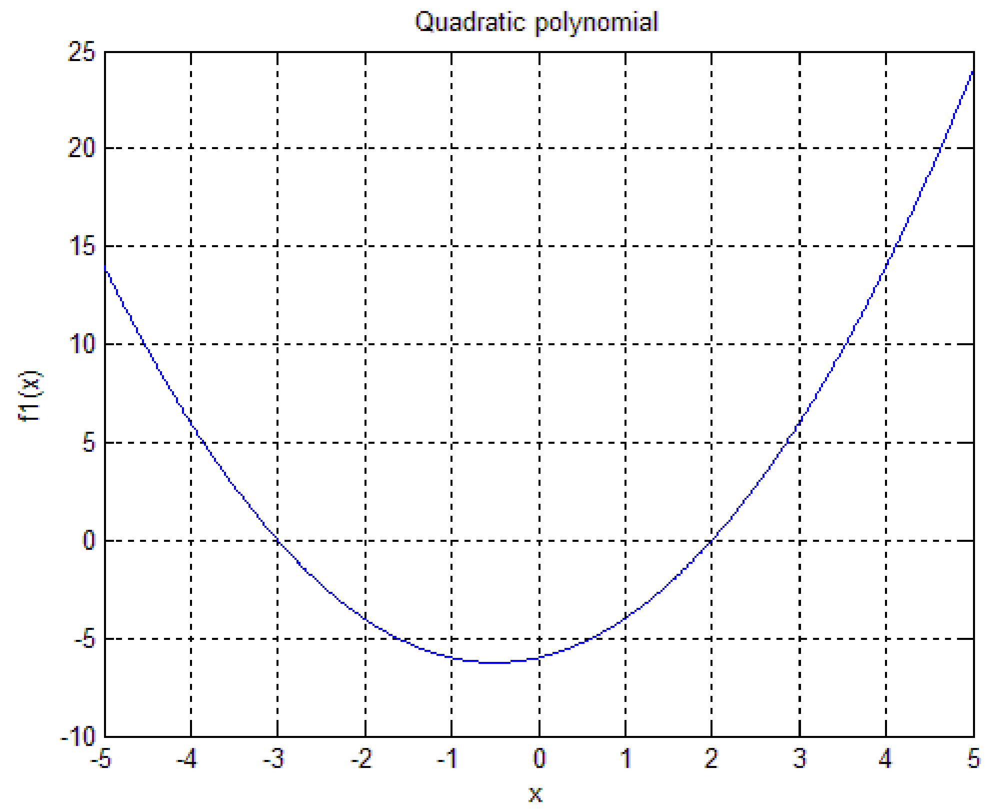
თუ პოლინომს დავშლით მამრავლებად ასეთი სახით:

$$f(x) = x^2 + x - 6 = (x-2)(x-3)$$

მისი ფესვების საპოვნელად $f(x)$ გავუტოლოთ 0, გვექნება:

$$(x-2)(x-3)=0$$

საიდანაც მივიღებთ ფესვების მნიშვნელობებს x = 2 და x = -3. ფესვები შეესაბამება x –ის იმ მნიშვნელობებს, რომელთათვისაც პოლინომის შესაბამისი მრუდი გადაკვეთს x ღერძს რაც ჩანს ნახ. 10.3-ზე.



ნახ. 10.3 კვადრატული პოლინომი 2 ნამდვილი ფესვით

კუბური პოლინომის ზოგადი სახეა:

$$f(x)=a_1x^3+a_2x^2+a_3x+a_4$$

კუბური პოლინომი მესამე ხარისხისაა, ამიტომ მას 3 ფესვი უნდა ჰქონდეს. თუ დავუშვებთ, რომ მისი კოეფიციენტები ნამდვილი რიცხვებია, შეიძლება გვქონდეს შემდეგი შემთხვევები:

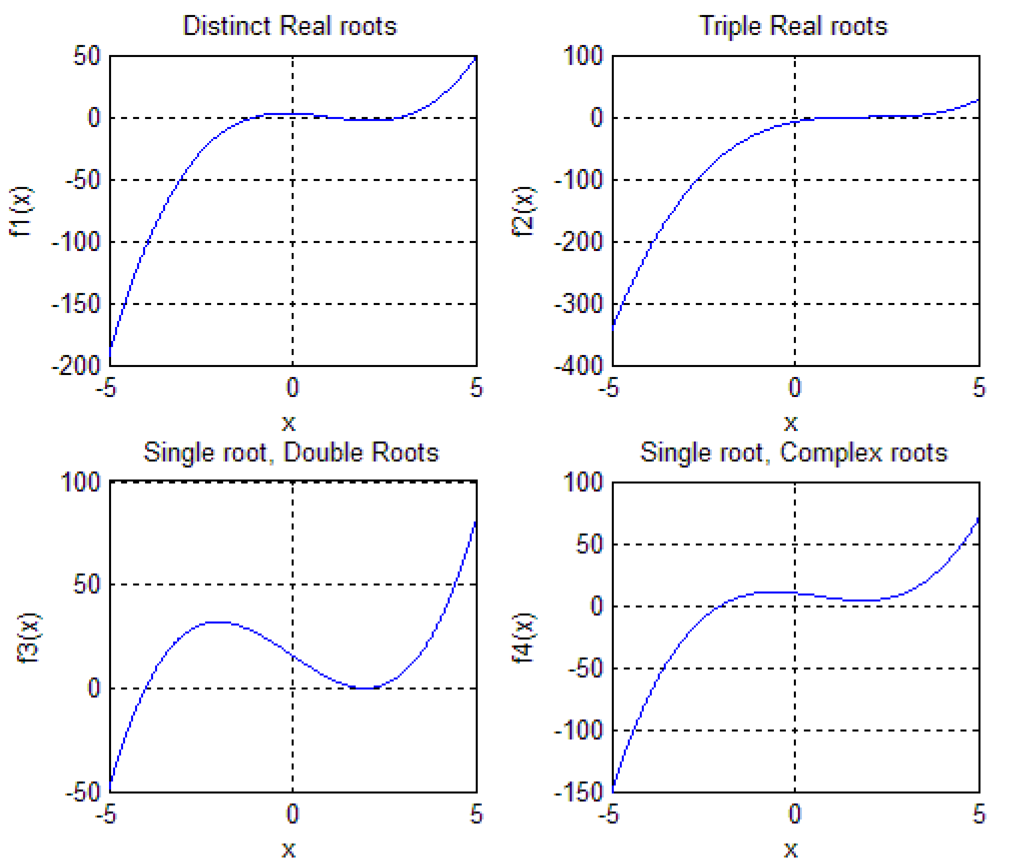
3 სხვადასხვა ნამდვილი ფესვი
3 ერთნაირი მნიშვნელობის მქონე ნამდვილი ფესვი,
2 ერთნაირი მნიშვნელობის მქონე და 1 განსხვავებული ნამდვილი ფესვი
1 ნამდვილი ფესვი და 2 ურთიერთშეუღლებული კომპლექსური ფესვი

საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი პოლიონომები:

$$f(x)=(x-3)(x+1)(x-1)=x^3-3x^2-x+3$$
$$f(x)=(x-2)^3=x^3-6x^2+12x-8$$
$$f(x)=(x+4)(x-2)^2=x^3-12x^2+16$$

$$f(x) = (x+2)(x-(2+j))(x-(2-j)) = x^3 - 2x^2 - 3x + 10$$

ნახ. 10.4 წარმოადგენს ამ პოლინომთა შესაბამის მრუდებს. ნემდვილი ფესვები x ის მნიშვნელობებია, სადაც ეს მრუდები x ღერძს გადაკვეთს.



ნახ. 10.4 კუბური პოლინომები

თუმცა მეორე და მესამე რიგის პოლინომების დაშლა მარტივ მამრავლებად და მათი ფესვების პოვნა შედარებით ადვილია, მაღალი რიგის პოლინომთა ფესვების პოვნა, საკმაოდ რთული და შრომატევადი საქმეა. არსებობს მრავალი რიცხვითი მეთოდი, რომელთა საშუალებით გამოითვლება პოლინომის ფესვები.

MATLAB პოლინომის ფესვების გამოსათვლელად გააჩნია ფუნქცია **roots**. მისი არგუმენტია ვექტორი, რომლის ელემენტებიც პოლინომის კოეფიციენტებია. იგი გვაძლევს ვექტორს, რომლის ელემენტებიც პოლინომის ფესვებს წარმოადგენს. ფესვების რაოდენობა პოლინომის ხარისხის ტოლია. ამ ფუნქციის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი პოლინომი:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 10$$

გამოვთვალოთ პოლინომის ფესვები MATLAB საშუალებით:

```
p = [1, -2, -3, 10];
r = roots(p)
```

ეს ორი ბრძანება ერთი ბრძანების სახითაც შეგვიძლია წარმოვადგინოთ:

```
r = root([1, -2, -3, 10])
```

MMATLAB მოგვცემს ფესვების მნიშვნელობებს: 2+i, 2-i, და –2. შევამოწმოთ მიღებული მნშვნელობებისშვის პოლინომი ღებულობს თუ არა ნულის ტოლ მნიშვნელობას:

```
polyval([1,-2,-3,10],r)
```

თუ მოცემული გვაქვს პოლინომის ფესვები და გვინდა ვიპოვოთ მისი კოეფიციენტების მნიშვნელობები, უნდა გამოვიყენოთ ფუნქცია **poly**. მისი არგუმენტია ვექტორი, რომელიც პოლინომის ფესვებს შეიცავს და შედეგად გვაძლევს ვექტორს, რომლის ელემენტებიც პოლინომის კოეფიციენტებია. მაგალითად, გამოვთვალოთ პოლინომის კოეფიციენტები, რომლის ფესვებია –1, 1, 3.

```
a = poly([-1, 1, 3]);
```

ვექტორ-სტრიქონი a = [1, -3, -1, 3].

სავარჯიშო

განსაზღვრეთ შემდეგი პოლონომის ფესვები. ააგეთ შესაბამისი მრუდი სათანადო ინტერვალში და შეამოწმეთ გადაკვეთს თუ არა მრუდი x ღერძს იმ წერილში, რომლის მნიშვნელობაც ფესვის ტოლია.

1. $g_1(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$
2. $g_2(x) = x^2 + 4x + 4$
3. $g_3(x) = x^2 - 2x + 2$
4. $g_4(x) = x^5 - 3x^4 - 11x^3 + 27x^2 + 10x - 24$
5. $g_5(x) = x^5 - 4x^4 - 9x^3 + 32x^2 + 28x - 48$
6. $g_6(x) = x^5 + 3x^4 - 4x^3 - 26x^2 - 40x - 24$
7. $g_7(x) = x^5 - 9x^4 + 35x^3 - 65x^2 + 64x - 26$
8. $g_8(x) = x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 4x + 4$

ამ თავში განვიხილეთ პოლინომური ანალიზი. დავიწყეთ პოლინომის მნიშვნელობათა გამოთვლით, შემდეგ გავეცანით პოლინომების შეკრება-გამოკლებას და გამრავლება – გაყოფას. განვმარტეთ პოლინომის ფესვები და გავეცანით მათი პოვნის გზებს, განვიხილეთ ამ საკითხებთან დაკავშირებული MATLAB ფუნქციები.

10.4 ბრძანებები და ფუნქციები

conv	გადაამრავლებს ორ პოლინომს
deconv	გაყოფს ერთ პოლინომს მეორეზე
polyval	გამოითვლის პოლინომის მნიშვნელობას
roots	განსაზღვრავს პოლინომის ფესვებს
poly	გამოითვლის პოლინომის კოეფიციენტებს

პრობლემები

1-5 ამოცანა დაკავშირებულია ამ თავში განხილულ ამოცანებთან, 6-15 - ზოგადად პოლინომურ ანალიზს შეეხება

მეტეოროლოგიური ბალონი. ეს ამოცანები უკავშირდება ამ თავში განხილულ ამიცანას მეტეოროლოგიური ბალონის შესახებ.

1. ბალონის მოძრაობის მოდელზე დაყრდნობით განსაზღვრეთ დრო, როცა ბალონი დედამიწაზე დაეცემა (მითითება: განიხილე პოლინომის ფესვების მნიშვნელობები)
2. სიმაღლის მონაცემთა მიხდვით, რომელიც პოლინომის საშუალებით გამოითვლება, განსაზღვრეთ პერიოდი, როცა ბალონი გადაადგილდება ქვემოდან ზემოთ.
3. სიმაღლის მონაცემთა მიხდვით, რომელიც პოლინომის საშუალებით გამოითვლება, განსაზღვრე პერიოდი, როცა ბალონი ქვემოთ ეშვება.
4. ბალონის სიჩქარე ნულის ტოლია, როცა ის წყვეტს აღმასვლას, ან დაშვებას. გამოთვალეთ დროის მნიშვნელობა, როცა ბალონის სიჩქარე ნულის ტოლია
5. მე-4 ამოცანაში განვსაზღვრეთ წერტილი, სადაც სიჩქარე ნულის ტოილ იყო, რაც შეესაბამება იმ მომენტს, როცა ბალონი წყვეტს აღმასვლას ან დაშვებას. ეს წერტილები შეესაბამება იმ ინტერვალის საზღვრებს, რომლის განმავლობაშიც ბალონი ზემოთ მიფრინავს, ან ეშვება დედამიწისკენ. შეადარეთ მე-3 და მე-4 კითხვის პასუხები რომ ნახოთ კავშირი ბალონის სიჩქარესა და სიმაღლის მოკლება-მომატებას შორის.

პოლინომური ანალიზი. MATLAB საშუალებით იპოვეთ შემდეგი პრობლემების ამოხსნა

6. დავუშვათ მოცემულია ვექტორ-სტრიქონი, რომელიც შეიცავს პოლინომის კოეფიციენტებს. გამოთვალე და დაბეჭდე დადებითი ფესვების რაოდენობა
7. დავუშვათ მოცემულია სტრიქონი-ვექტორი, რომელიც შეიცავს პოლინომის კოეფიციენტებს. გამოთვალე ისეთი პოლინომის კოეფიციენტები, რომელსაც ექნება იგივე ნამდვილი ფესვები, მაგრამ არ ექნება კომპლექსური ფესვები.
8. დავუშვათ მოცემულია სტრიქონი-ვექტორი, რომელიც შეიცავს პოლინომის კოეფიციენტებს. გამოთვალე ისეთი ორი A(x) და B(x) პოლინომის კოეფიციენტები, რომელთა გადამრავლებითაც შესაძლებელია საწყისი პოლინომის მიღება, თანაც ისე, რომ A(x) ნამდვილი ფესვები ჰქონდეს, ხოლო B(x) კომპლექსური
9. იპოვეთ k-ს ისეთი მნიშვნელობები, რომელთათვისაც x-3 არის ერთ-ერთი თანამამრავლი პოლინომისა $kx^3 - 6x^2 + 2kx - 12$.
10. იპოვეთ k-ს ისეთი მნიშვნელობები, რომელთათვისაც x+2 არის ერთ-ერთი თანამამრავლი პოლინომისა $3x^3 + 2kx^2 - 4x - 8$.
11. შექმენით პოლინომი, რომლის კოეფიციენტები მთელი რიცხვებია ისე, რომ მისი ფესვები იყოს:
    (a) 1, 2, -3
    (b) 2/3. –2, -1
    (c) $\sqrt{5}, -\sqrt{5}, 4/3, 0$
    (d) ½, 2/3, 2i,-2i

12. შექმენით პოლინომი, რომლის ფესვი იქნება 3+ შემდეგი პოლინომის ფესვები $2x^3 - 7x + 5$
13. მოცემულია f(x) პოლინომის კოეფიციენტები. განსაზღვრე –f(x) პოლინომის კოეფიციენტები.
14. მოცემულია f(x) პოლინომის კოეფიციენტები. განსაზღვრეთ კოეფიციენტების ნიშნის ცვლილების რაოდენიობა (ჩვეულებრივ, მრავალწევრის წევრები დალაგებული უნდა იყოს ცვლადის ხარისხის კლების მიმართულებით მარცხნიდან მარჯვნივ) მაგალითად ასეთი კოეფიციენტების რაოდენობა პოლინომისათვის $2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ სამის ტოლია(+,-,+,-), ხოლო პლინომისათვის $x^2 + x - 2$ ორის (+,+,-).
15. დეკარტის ნიშნის ცვლილების წესი გვამცნობს, რომ თუ პოლინომის კოეფიციენტები ნამდვილი რიცხვებია, მისი დადებითი ფესვების რაოდენობა არ აღემატება ნიშნის ცვლილების რაოდენობას და უარყოფითი ფესვების რაოდენობა არ აღემატება ნიშნის ცვლილების რაოდენობას პოლინომისათვის *f(-x)*. მოცემულია პოლინომის კოეფიციენტები. იპოვეთ მისი დადებითი და უარყოფითი ფესვების რაოდენობა. (იხ. ამოცანა 13, 14.)