ნაწილი III რიცხვითი მეთოდები

ამ ნაწილში წარმოდგენილი რიცხვითი მეთოდები საჭიროა მთელი რიგი პრობლემების გადასაწყვეტად. MATLAB ბრძანებების გარდა ჩავრთეთ რამდნიმე დიაგრამა და გრაფიკი, რომლებიც დაგეხმარებათ გაერკვეთ რიცხვით მეთოდთა კონცეფციის აღქმასა და გააზრებაში. როცა გაიგებთ კონცეფციის არსს, შეძლებთ სწორად შეარჩიოთ მეთოდი დასახული ამოცანის ამოსახსნელად. ასევე ძალზე მნიშვნელოვანია შევამოწმოთ ჩვენს მიერ კომპიუტრის საშუალებით მიღებული შედეგები რამდენად სწორ პასუხს გვაძლევს დასახული პრობლემის ამოხსნაში. რიცხვითი მეთოდებით მიღებული შედედგების ანალიზისა და ინტერპრეტაციისათვის MATLAB-ს მძლავრი გრაფიკული შესაძლებლობები გააჩნია. წფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა, ინტერპოლაცია, მრუდის გამოთვლა (curve fitting), პოლინომის ფესვების პოვნა – ეს ყველაფერი ხშირად დაგჭირდებათ მრავალი პრობლემის გადასაჭრელად. დანარჩენი თავები – პოლინომური ანალიზი, რიცხვითი ინტეგრება და დიფერენცირება, ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლება, მატრიცების მამრავლებად დაშლა და სიგნალის დამუშავება უფრო სპეციალიზებულია, ამიტომ გირჩევთ ზოგადად გაეცნოთ რა შესაძლებლობანი გაჩნია MATLAB -ს ამ მიმართულებით და უფრო დაწვრილებით შემდეგ შეისწავლოთ, როცა ამის საჭიროება შეიქმნება.

8 წრფივ განტოლებათა სისტემა

პრობლემა: სატრანსპორტო საშუალებები (Vehicle performance)

General Motors EV1 – ელექტროავტომობილი

სურათზე ხადავთ ჯენერალ მოტორსის მერ წარმოებულ ერთ-ერთ პირველ ავტომობილს. იგი წარმოადგენს სატრანსპორტო საშუალებას გამონაბოლქვის გარეშე. პირველი თაობის ელექტრომობილის ძრავა იკვებებოდა ტყვიის აკუმულატორით (lead-acid battery), რომელიც მეორე თაობის ძრავაში, 1999 წლიდან, შეცვალა ნიკელ-მეტალ-ჰიდრიდულმა აკუმულატორმა. პირველი თაობის ელექტრომობილი ავითარებს სიჩქარეს 90-120კმ/სთ, ხოლო მეორე თაობის ელექტრომობილი – 120-160 კმ/სთ. აკუმულატორის სრული დატვირთვისათვის საჭიროა 8 საათი და მისი სიმძლავრე 18 - 26 კილოვატ/საათს შეადგენს. 1994 წელს მოდიფიცირებულმა ელექტრომობილმა რეკორდული სიჩქარე – 295 კმ/სთ განავითარა. შემდეგი თაობის ელექტრომობილს ექნება უკეთესი მახასიათებლები და კონკურენციას გაუწევს საწვავზე მომუშავე სათრანსპორტო საშუალებებს.

შესავალი

შესავალი

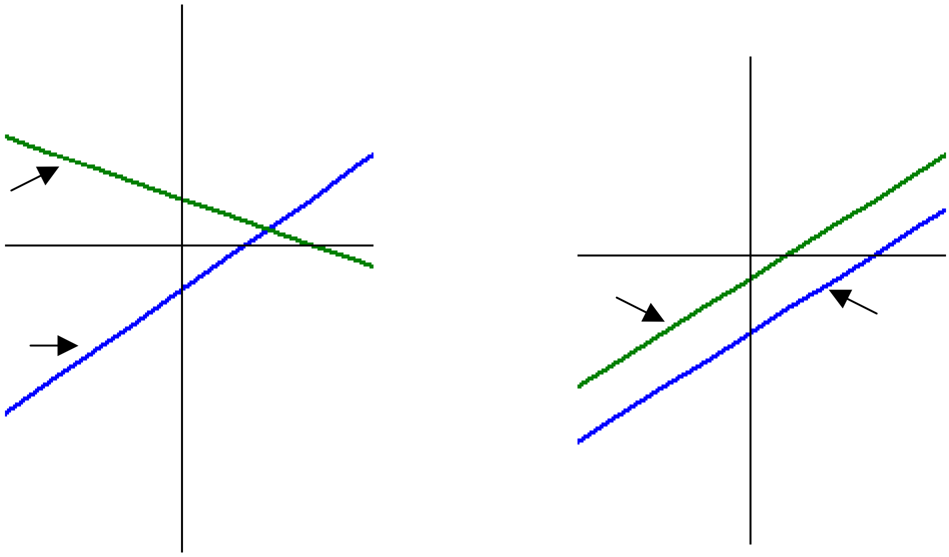
ამ თავს დავიწყებთ წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის გრაფიკული მეთოდის აღწერით. გრაფიკები გვიჩვენებს ორი ან სამუცნობიანი წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის რამდენიმე განსხვავებულ შემთხვევას. სამზე მეტ უცნობიანი სისტემის ამოხსნა განხილულია როგორც ჰიპერსიბრტყეთა თანაკვეთა. წარმოგიდგენთ წრფივ განტოლებათა ამოხსნის ორ სხვადასხვა მეთოდს მატრიცული ოპერაციების საშუალებით. ბოლოს განვიხილავთ მაგალითს – ელექტრული წრედის ანალიზი, სადაც გამოვიყენებთ წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის განხილულ მეთოდებს.

8.1 გრაფიკული ინტერპრეტაცია

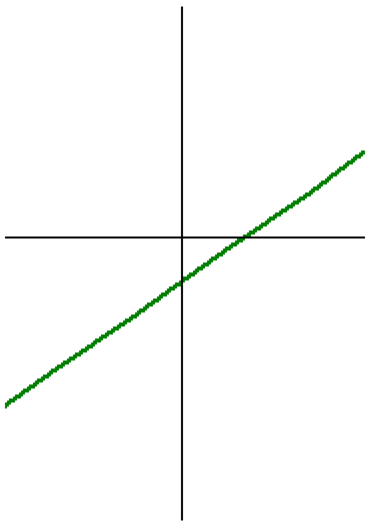
არსებობს წრფივ განტოლებათა ამოხსნის მრავალი მეთოდი, მაგრამ თითქმის ყველა მათგანი მოითხოვს მრავალი ოპერაციის განხორციელებას, რომელთა შესრულებისას ადვილად შეიძლება დავუშვათ შეცდომა. მათ ამოსახსნელად ძალზე მოხერხებულია კომპიუტერის გამოყენება. მაგრამ კარგად უნდა გვესმოდეს ამოხსნის მთელი პროცესი, რომ სწორად შევადგინოთ ალგორითმი და მივიღოთ სწორი შედეგი. პრიცესის კარგად გასაგებად დავიწყოთ წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის გრაფიკული ინტერპრეტაციით.

წრფივი განტოლება ორი უცნობით როგორიცაა $2x - y = 3$ წარმოადგენს წრფეს და ხშირად ასეთი ფორმით წერენ: $y = mx + b$, სადაც m წრფის დახრაა და b - y ღერძის გადაკვეთის წერტილი. თუ გვაქვს 2 წრფივი განტოლება, გვაქვს ორი წრფე, რომლებიც ან ერთ წერტილში იკვეთება, ან ურთიერთპარალელურია ან ერთიდაიგივე წრფეს წარმოადგენს. სამივე შემთხვევა ნაჩვენებია ნახ 8.1. განტოლებებს, რომლებიც ურთიერთგადამკვეთ წრფეებს წარმოადგენს, ადვილად გამოვიცნობთ იმით, რომ მათ განსხვავებული დახრა აქვთ. მაგალითად: $y = 2x - 3$ და $y = -x + 3$. განტოლებებს, რომლებიც ორ ურთიერთპარალელურ წრფეს წარმოადგენს აქვთ ერთნაირი დახრა მაგრამ განსხვავებული y ღერძთან გადაკვეთის წერტილი: $y = 2x - 3$ და $y = 2x + 1$. განტოლებებს, რომლებიც ერთიდაიმავე წრფეს

წარმოადგენს აქვთ ერთნაირი დახრა და y ღერძთან გადაკვეთის ერთიდაიგივე წერტილი: $y = 2x - 3$ და $3y = 6x - 9$.



(a) ურთიერთგადამკვეთი წრფეები (b) პარალელური წრფეები



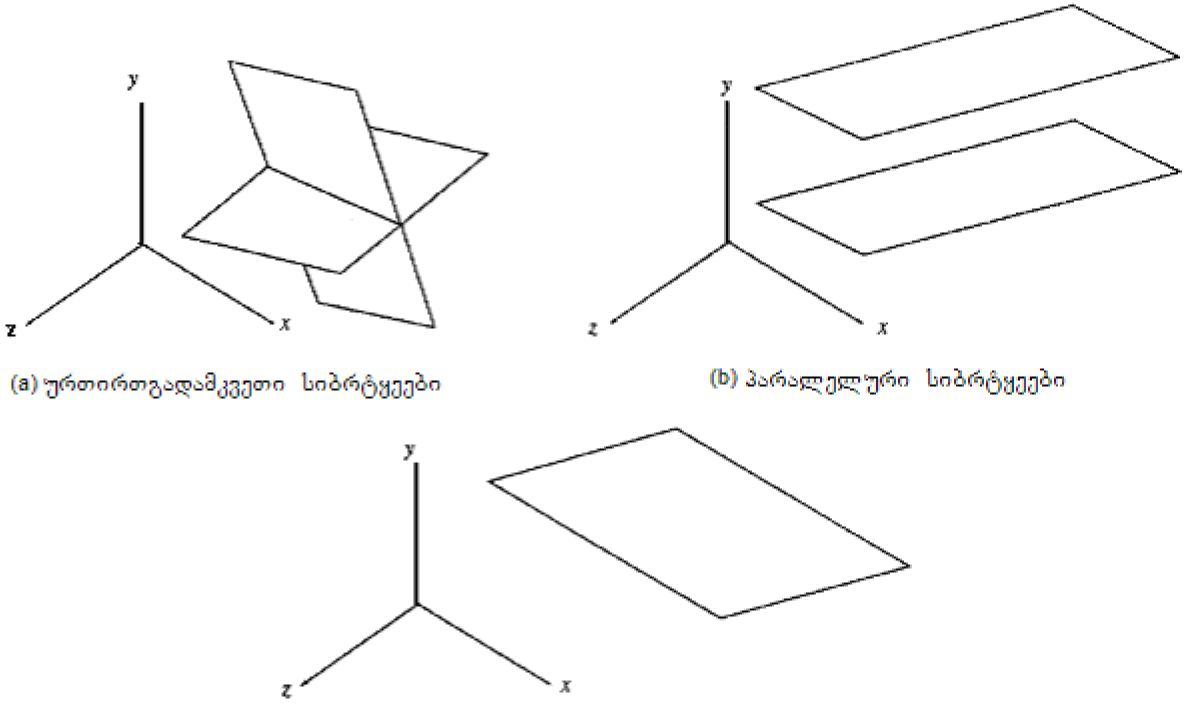
(c) იდენტური წრფეები

ნახ 8.1. ორი წრფე

თუ განტოლება შეიცავს სამ ცვლადს, x, y, z, მაშინ ის წარმოადგენს სიბრტყეს სამგანზომილებიან სივრცეში. თუ გვაქვს ორი განტოლება სამი უცნობით ისინი შეიძლება წარმოადგენდეს ორ სიბრტყეს, რომლებიც იკვეთება წრფეზე, ორ პარალელურ სიბრტყეს, ან ორ ერთიდაიგივე სიბრტყეს. ეს შენთხვევები ნაჩვენებია ნახ 8.2-ზე. თუ გვაქვს სამი განტოლება სამი ცვლადით, მაშინ ეს სამი სიბრტყე შეიძლება იკვეთებოდეს ერთ წერტილში, სამ პარალელურ წრფეზე, ორ პარალელურ წრფეზე და ერთ წრფეზე. შეიძლება არსად არ იკვეთებოდნენ, იყვნენ ურთიერთპარალელური, ანდა სამივე ერთიდაიგივე სიბრტყეს წარმოადგენდეს. (ნახ 8.3, ნახ 8.4).

მსჯელობა შეიძლება განვავრცოთ სამზე მეტი ცვლადის შემცველ განტოლებაზე, მაგრამ ძნელია მათთვის შესბამისი ვიზუალიზაციის განხორციელება. წერტილთა ერთობლიობას, რომელიც განისაზღვრება სამზე მეტი ცვლადის მქონე წრფივი გატოლებით ჰიპერსიბრტყეს ვუწოდებთ. საზოგადოდ შეგვიძლია განვიხილოთ M წრფივ განტოლებათა სისტემა N ცვლადით, სადაც თითოეული განტოლება განსაზღვრავს კერძო ჰიპერსიბრტყეს, რომელიც ამ სისტემის არცერთი სხვა ჰიპერსიბრტყის იდენტური არ არის. თუ $M < N$, სისტემა განუზღვრელია და არ არსებობს მისი ამოხსნა. თუ $M = N$, სისტემას აქვს ერთადერთი ამოხსნა იმ შემთხვევაში, თუ სისტემა არ შეიცავს პარალელურ ჰიპერსიბრტყეებს. თუ $M > N$, სისტემა (overspecified) და მას არ აქვს ერთადერთი ამოხსნა. განტოლებათა სისტემას, რომელსაც გააჩნია ერთადერთი ამოხსნა, არასინგულარული ეწოდება, ხოლო თუ არ გააჩნია – სინგულარული (განსაკუთრებული).

ხშირად გვჭირდება განვსაზღვროთ აქვს თუ არა განტოლებათა სისტემას ამონახსნი. შემდეგ განყოფილებაში განვიხილავთ MATLAB საშუალებით წრფივ გამტოლებათა სისტემის ამოხსნის ორ სხვადასხვა ხერხს.

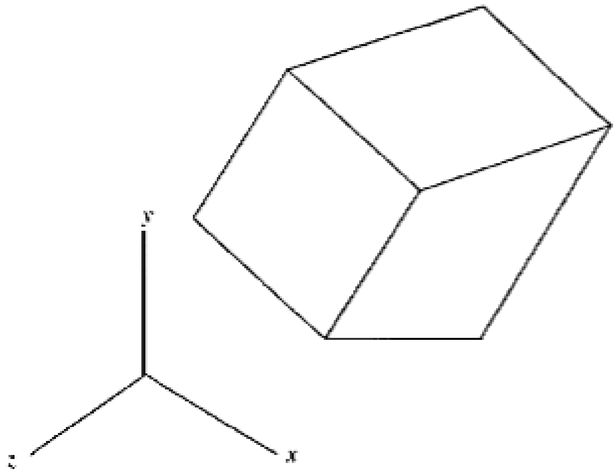


(a) ურთიერთგადამკვეთი სიბრტყეები

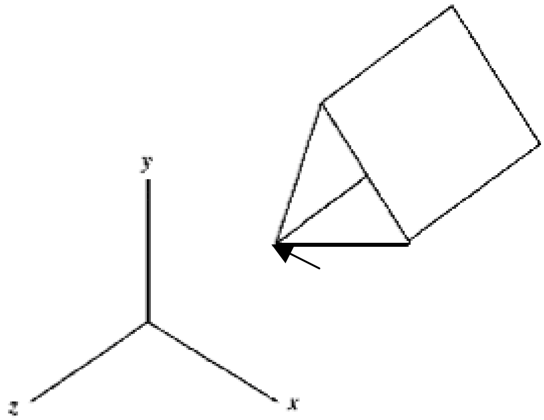
(b) პარალელური სიბრტყეები

(c) იდენტური სიბრტყეები

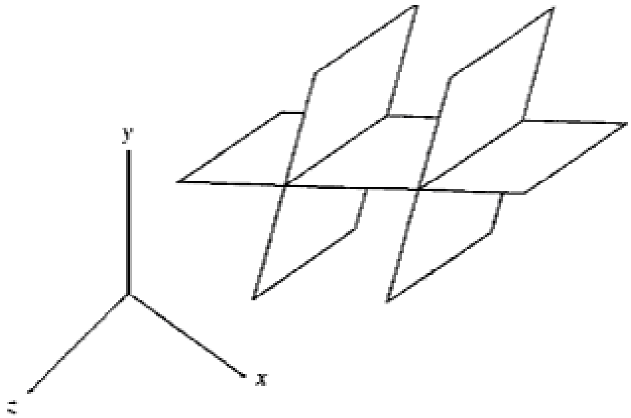
ნახ 8.2. ორი სიბრტყე



ერთ წერტილში თანამკვეთი სამი სიბრტყე

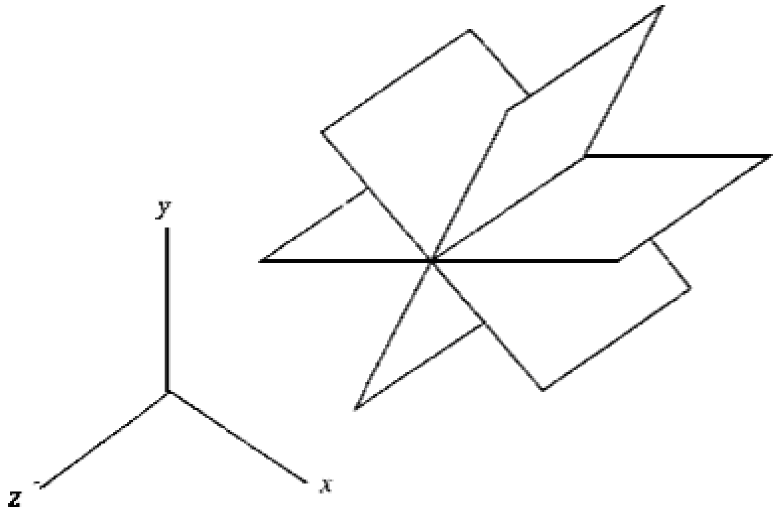


სამ სიბრტყეს გააჩნია თანაკვეთის 3 პარალელური წრფე

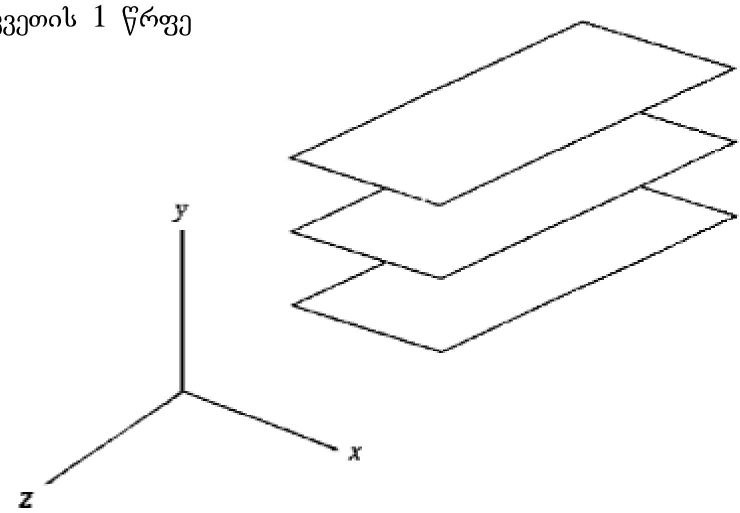


სამ სიბრტყეს გააჩნია თანაკვეთის 2 პარალელური წრფე

ნახ 8.3. სამი სიბრტყე



სამ სიბრტყეს გააჩნია თანაკვეთის 1 წრფე



სამი პარალელური სიბრტყე

ნახ 8.4. სამი სიბრტყე (გაგრძელება)

8.2 ამოხსნა მატრიცული ოპერაციებით

განვიხილოთ განტოლებათა სამუცნობიანი სისტემა:

$$\begin{bmatrix} 3x+2y-z=1 \\ -x+3y+2z=5 \\ x-y-z=-1 \end{bmatrix}$$

სისტემა შეგვიძლა ჩავწეროთ მატრიცების საშუალებით:

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad X=\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

თუ გავიხსენებთ მატრიცების გამრავლების წესს, განტოლებათა ეს სისტემა ასე შეგვიძლია ჩავწეროთ: შეასრულეთ მატრიცების გადამრავლების ოპერაცია, რომ დარწმუნდეთ ამაში.

როცა ცვლადებს სხვადასხვა ასოთი აღვნიშნავთ, სისტემის ჩაწერა მოუხერხებელია, ამიტომ აღვნიშნოთ ცვლადები ერთიდაიგივე ასოთი, განსხვავებული ინდექსით: x_1, x_2, x_3 და ა. შ. მივიღებთ ასეთი სახის სისტემას:

$$\begin{bmatrix} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1 \end{bmatrix}$$

ეს სისტემა მატრიცულად ასე ჩაიწერება: $AX=B$, სადაც X არის სვეტი ვექტორი

$$[x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T$$

შეგვიძლია სისტემა მატრიცულად სხვა ფორმითაც ჩავწეროთ: $XA=B$, სადაც:

$$X = [x_1 \quad x_2 \quad x_3] \quad A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad B = [10 \quad 5 \quad -1]$$

გადაამრავლეთ მატრიცები და დარწმუნდით მსჯელობის სისწორეში. (შევნიშნავთ, რომ მატრიცა A ამ სისტემაში საწყისი სისტემის A მატრიცის ტრანსპონირებულია).

ახლა განვიხილოთ N უცნობიან N განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ორი ხერხი. თუმცა MATLAB-ში შესაძლებელია განუზღვრელი სისტემის ამოხსნაც, სადაც შედეგი წარმოადგენს უმცირეს კვადრატულ ამონახსნს (list square solution) და აქ არ განვიხილავთ. დავუშვებთ, რომ გვაქვს N განტოლება N უცნობით.

8.2.1 მატრიცების გაყოფა

MATLAB –ში წფივ განტოლებათა სისტემა შეგვიძლია ამოვხსნათ მატრიცების გაყოფით. $AX=B$ სისტემის ამოხსნა ხორციელდება მატრიცების მარცხენა გაყოფით: X=A\B; XA=B სისტემის ამოხსნა გამოითვლება მატრიცების მარჯვენე გაყოფით: X=B/A. (MATLAB მატრიცების გაყოფისათვის იყენებს გაუსის გამორიცხვის(elimination) რიცხვით მეთოდს).

მაგალითად, ამოვხსნათ განტოლებათა ზემოხსენებული სისტემა. MATLAB საშუალებით ასე განხორციელდება:

```
A = [3,2,-1; -1,3,2; 1,-1,-1];
B = [10,5,-1]';
X = A\B;
```

ვექტორი X შეიცავს სიდიდეებს: -2, 5, -6. შეგვიძლია შევამოწმოთ ამოხსნა, გავამრავლოთ A*X. შედეგად მივიღებთ სვეტ ვექტორს ელემენტებით: 10,5,-1.

იგივე სისტემა შეგვიძლია ამოვხსნათ მატრიცული განტოლებით XA = B შემდეგი ბრძანებებით:

A = [3,-1,1; 2,3,-1; -1,2,-1];
B = [10,5,-1];
X = B/A;

X ვექტორი შეიცავს –2, 5, -6. შევამოწმოთ ამონახსნი გავამრავლოთ X ვექტორი A ვექტორზე: X*A მივიღებთ სტრიქონ ვექტორს, რომელიც შეიცავს 10, 5, -1.

თუ გატოლებათა სისტემა სინგულარულია, MATLAB მიგვითითებს შეცდომაზე. ამონახსნი ვექტორი შეიძლება შეიცავდეს მნიშვნელობებს – NAN , +∝ ან -∝. ასევე შესაძლებელია სისტემა შეიცავდეს ისეთ განტოლებებს, რომელთა შესაბამისი ჰიპერსიბრტყები ძალიან ახლოსაა ერთმანეთთან ან ძალიან მცირედ განსხვავდება პარალელურისაგან. ასეთ სისტემებს ill-conditioned სისტემას უწოდებენ. MATLAB გამოითვლის ამოხსნას, მაგრამ მიგვითითებს, რომ შედეგი მაინცდამაინც სანდო არ არის.

8.2.2 მატრიცის შებრუნებული

განტოლებათა ისტემა შეიძლება ამოიხსნას მატრიცების შებრუნების მეთოდით. მაგალითად, დავუშვათ:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

მაშინ AX =B. დავუშვათ ტოლობის ორივე მხარე გადავამრავლოთ A^{-1} ,

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

მაგრამ რადგანაც $A^{-1}A$ ტოლია ერთეულოვანი მატრიცის - I, გვექნება:

$$IX = A^{-1}B \qquad \text{ანუ} \quad X = A^{-1}B$$

MATLAB –ში ეს ასე შეგვიძლია გამოვთვალოთ:

```
X = inv(A)*B
```

თუმცა ეს მეთოდი განსხვავდება მატრიცული მარცხენა გაყოფის მეთოდისაგან, მაგრამ იგივე შედეგს იძლევა ისეთი სისტემებისათვის, რომლებიც არ არის ill conditioned (слабо обусловленная матрица) სუსტად განპირობებული.

იგივე სისტემა ასევე ამოიხსნება მატრიცების შებრუნების მეთოდით, თუ იგი ჩაწერილია ფორმით XA=B სადაც

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 10 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

ტოლობის ორივე მხარე გადავამრავლოთ A^{-1},

$$XA^{-1}A = BA^{-1}$$

მაგრამ რადგანაც $A^{-1}A$ ტოლია ერთეულოვანი მატრიცის - I, გვექნება:

$$XI = BA^{-1} \quad \text{ანუ} \quad X = BA^{-1}$$

MATLAB –ში ეს ასე შეგვიძლია გამოვთვალოთ:

```
X = B*inv(A)
```

ყურადღება მიაქციეთ, როცა ამ მეთოდს იყენებთ, რომ B იყოს სტრიქონი ვექტორი.

სავარჯიშო

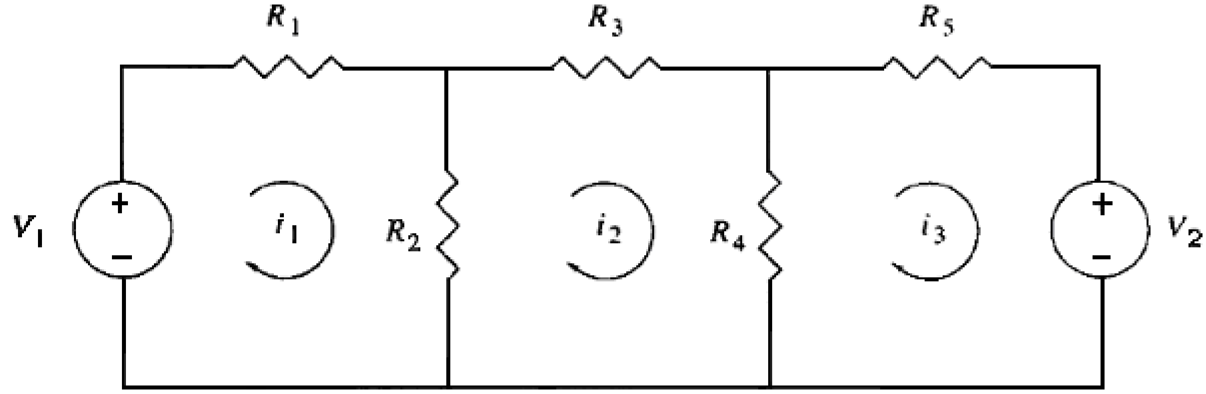
ამოხსენით წრფივ განტოლებათა სისტემა მატრიცების გაყოფის და მატრიცების შებრუნებულის მეთოდით. MATLAB საშუალებით შეამოწმე მიღებული ამონახსნი მატრიცების გამრავლების საშუალებით. ორუცნობიან განტოლებათა სისტემისათვის ააგეთ განტოლებათა შესაბამისი გრაფიკები ერთიდაიმავე ნახაზზე, იმისათვის, რომ უჩვენოთ გადაკვეთა. თუ სისტემას არ აქვს კერძო(unique) ამოხსნა უჩვენეთეს გრაფიკულად.

1. $\begin{bmatrix} -2x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} -2x_1 + x_2 = -3 \\ -2x_1 + x_2 = 1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} -2x_1 + x_2 = -3 \\ -6x_1 + 3x_2 = -9 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} -2x_1 + x_2 = -3 \\ -2x_1 + x_2 = -3.00001 \end{bmatrix}$
5. $\begin{bmatrix} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 10 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1 \end{bmatrix}$
6. $\begin{bmatrix} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 1 \end{bmatrix}$
7. $\begin{bmatrix} 10x_1 - 7x_2 + 0x_3 = 7 \\ -3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 4 \\ 5x_1 + x_2 + 5x_3 = 6 \end{bmatrix}$

8. $$\begin{bmatrix} x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = & 2 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 - 2x_4 = & 16 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = & 1 \\ 3x_1 - 10x_2 - 2x_3 + 5x_4 = & -15 \end{bmatrix}$$

პრობლემა: ელექტრული წრედის ანალიზი

ელექტრული წრედის სიხშირული ანალიზისათვის საჭიროა ამოიხსნას წრფივ განტოლებათა სისტემა. ეს განტოლებები მიიღება წრედების თეორიიდან და ასახავენ წრედში დენისა და ძაბვის ხასიათსა და განაწილებას. მაგალითად განვიხილოთ ნახ 8.5-ზე ნაჩვენები ელექტრული სქემა.



ნახ 8.5. წრედი ძაბვის ორი წყაროთი

შეიძლება შევადგინოთ სამი განტოლება, რომლებიც აღწერს ძაბვას სამ სხვადასხვა კონტურში:

$$\begin{array}{llll} -V_1 & + R_1 i_1 & + R_2(i_1 - i_2) & = 0 \\ R_2(i_2 - i_1) & + R_3 i_2 & + R_4(i_2 - i_3) & = 0 \\ R_4(i_3 - i_2) & + R_5 i_3 & + \quad V_2 & 0 \end{array}$$

თუ დავუშვებთ, რომ წინაღობები (R_1, R_2, R_3, R_4, R_5) და ძაბვები (V_1, V_2) ცნობილია, ამ სისტემაში გვექნება სამი უცნობი (i_1, i_2, i_3). სისტემა შეგვიძლია ჩავწეროთ შემდეგი ფორმით:

$$\begin{bmatrix} (R_1 + R_2)i_1 & -R_2 i_2 & +0i_3 & = V_1 \\ -R_2 i_1 & (R_2 + R_3 + R_4)i_2 & -R_4 i_3 & = 0 \\ +0i_1 & R_4 i_2 & (R_4 + R_5)i_3 & = -V_2 \end{bmatrix}$$

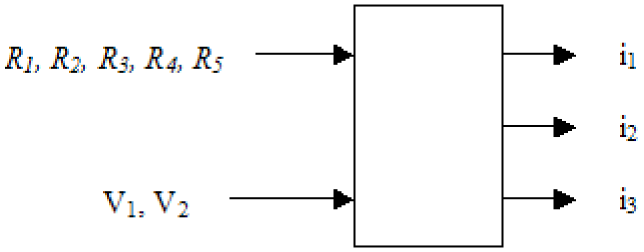
დაწერეთ პროგრამა MATLAB-ში, რომელიც საშუალებას მოგვცემს შევიტანოთ მონაცემები წინაღობებისა და ძაბვებისათვის და მივიღოთ დენის შესაბამისი მნიშვნელობები.

1. **ამოცანის დასმა**

წინაღობების და ძაბვების ცნობილ მნიშვნელობათა საშუალებით ვიპოვოთ დენის მნიშვნელობები ელექტრულ წრედში, რომლის სქემაც ნაჩვენებია ნახ. 8.4.

2. INPUT/OUTPUT აღწერა

ნახ 8.6 შეიცავს დიაგრამას, სადაც ნაჩვენებია რომ გვაქვს ძაბვის 2 და წინაღობის 5 მნიშვნელობა, რომელთა საშუალებით წრფივ განტოლებათა სამუცნობიანი სისტემის საფუძველზე უნდა მივიღოთ დენის ძალის 3 მნიშვნელობა:



ნახ 8.6. Input-Output დიაგრამა

წრფივ განტოლებათა სისტემას ასეთი სახე ექნება:

$$\begin{bmatrix} 2i_1 & -i_2 & +0i_3 & =5 \\ -i_1 & +3i_2 & -i_3 & =0 \\ +0i_1 & -1i_2 & +2i_3 & =-5 \end{bmatrix}$$

გამოვიყენოთ MATLAB განტოლებათა ამ სისტემის ამოსახსნელად:

```
A = [2, -1, 0; -1, 3, -1; 0, -1, 2];
B = [5, 0, -5]';
X = A\B
err = sum(A*X-B)
```

მივიღებთ მნიშვნელობებს;

სამი პარალელური სიბრტყე

```
X =

    2.5000
         0
   -2.5000
```

გარდა ამისა, მივიღებთ A*X-B სიდიდეთა ჯამის მნიშვნელობას, რომელიც ნულის ტოლი უნდა იყოს, თუ სისტემა არასინგულარულია. მართლაც MATLAB მოგვცემს:

```
err =

     0
```

3. **MATLAB** ამოხსნა

პროგრამა ისე უნდა შევადგინოთ, რომ ბრძანებათა ფანჯარაში დაისვას კითხვა, რომელიც მოგვთხოვს შევიტანოთ ძაბვებისა და წინაღობების მნიშვნელობები. ყურადღება მივაქციოთ ფაქტს, რომ თუ I გამოვიყენებთ, როგორც დენის ძალის აღნიშვნას, იგი დაკარგავს თავის MATLAB-ისეულ მნიშვნელობას 0 + 1.0000i .

```
%     This program reads resistor and voltage values
%     and then comlutes the corresponding mesh
%     currents for a specified electrical circuit

R = input('Enter resistor values in ohms, [R1...R5]');
V = input('Enter voltage values in volts, [V1 V2]');
%
%     Initialize matrix A and vector B using AX = B form.


A = [R(1)+R(2),            -R(2),             0;
         -R(2),   R(2)+R(3)+R(4),        -R(4);
            0 ,            -R(4),    R(4)+R(5) ];
        B = [V(1);
               0 ;
            -V(2)];
%
fprintf('Mesh Currents \n')
i = A\B
```

4. შემოწმება

თუ მივაწოდებთ შემდეგ მნიშვნელობებს:

```
Enter resistor values in ohms, [R1...R5]  [1 1 1 1 1]
Enter voltage values in volts, [V1 V2]  [5 5]
```

პროგრამა შედეგად მიგვცემს:

```
Mesh Currents

i =
    2.5000
         0
   -2.5000
```

შეამოწმეთ მიღებული შედეგი A მატრიცის გადამრავლებით i ვექტორზე.

დასკვნა

ეს თავი დავიწყეთ წრფივ განტოლებათა სისტემის გრაფიკული ინტერპრეტაციით. გიჩვენეთ სხვადასხვა შემთხვევა, რომელსაც შეიძლება ადგილი ჰქონდეს წრფივ განტოლებათა ორუცნობიანი და სამუცნობიანი სისტემებისათვის. ეს მსჯელობა შემდეგ განვავრცეთ N

უცნობიანი N განტოლების შემცველ სისტემებზე, იმ დაშვებით, რომ ეს განტოლებები წარმოადგენს განსხვავებულ ჰიპერსიბრტყეებს. განვიხილეთ წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ორი მეთოდი, რომელიც მატრიცულ ოპერაციებს ეყრდნობა.

\	მატრიცების მარცხენა გაყოფა
/	მატრიცების მარჯვენა გაყოფა

ამოცანები

1-3 პრობლემა უკავშირდება ამ თავში განხილულ ამოცანებს, ხოლო 4 – 8 დაკავშირებულია სხვა ამცანებთან.

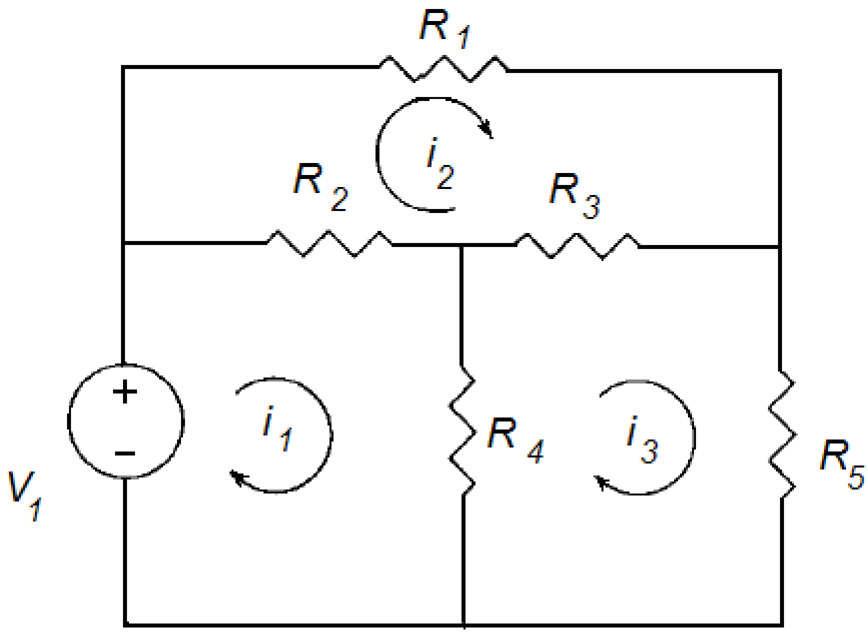
ელექტრული წრედი. ეს ამოცანები დაკავშირებულია ამთავში განხილულ ამოცანასთან ელექტრული წრედის ანალიზის შესახებ.

1. შეცვალე პროგრამა ისე, რომ იგი მოითხოვდეს წინაღობის მნიშვნელობებს კილოომებში, შესაბამისად შეცვალე პროგრამის დანარჩენი ნაწილიც.
2. შეცვალე პროგრამა ისე, რომ ძაბვის ორივე წყაროს ერთიდაიგივე მნიშვნელობა ჰქონდეს ყოველთვის.
3. შეცვალე პროგრამა ისე, რომ ძაბვის ორივე წყაროს მნიშვნელობა იყოს 5 ვოლტი, შემდეგ ჩათვალეთ, რომ წინაღობათა მნიშვნელობები ერთმანეთის ტოლია. გამოითვალეთ დენის მნიშვნელობები წინაღობათათვის: 100, 200, 300, . . . , 1000 ომი.

ელექტრული წრედი ძაბვის ერთი წყაროთი. მოცემულია ელექტრული წრედი ძაბვის ერთი წყაროთი და 5 წინაღობით.

4. გვაქვს განტოლებათა სისტემა ასეთი წრედისათვის, რომლის სქემა მოცემულია ნახ 8.7. დაწერეთ პროგრამა, რომელიც გამოითვლის დენის მნიშვნელობებს ჩვენს მიერ მიწოდებული წინაღობების და ძაბვების მნიშვნელობათათვის:

$$\begin{bmatrix} -V_1 & +R_2(i_1-i_2) & +R_4(i_1-i_3) & =0 \\ R_1 i_2 & +R_2(i_2-i_3) & +R_2(i_2-i_1) & =0 \\ R_3(i_3-i_2) & +R_5 i_3 & +R_4(i_3-i_1) & =0 \end{bmatrix}$$



ნახ 8.7. ელექტრული წრედი ძაბვის ერთი წყაროთი

5. შეცვალე 4 ამოცანის პროგრამა ისე, რომ მან დაბეჭდოს წრფივ განტოლებათა მოცემული სისტემის კოეფიციენტები და მუდმივები

განტოლებათა სისტემა. დავუშვათ გვაქვს მონაცემთა ფაილი eqns.dat, რომელიც შეიცავს წრფივ განტოლებათა სისტემის კოეფიციენტებს. თითოეული სტრიქონი შეიცავს კოეფიციენტებსა და მუდმივს ერთი განტოლებისათვის. მონაცემთა ფაილი შეიცავს განტოლებას N უცნობისათვის.

6. დაწერეთ პროგრამა, რომელიც კითხულობს ფაილს eqns.dat, განსაზღვრავს ხომ არ არის სისტემაში პარალელური ჰიპერსიბრტყეები. (შეგახენებთ, რომ ორ პარალელურ ჰიპერსიბრტყეს აქვს ერთნაირი კოეფიციენტები, მაგრამ განსხვავებული მუდმივები.) დაბეჭდეთ მონაცემები, რომლებიც შეესაბამება პარალელურ ჰიპერსიბრტყეებს.
7. დაწერეთ პროგრამა, რომელიც კითხულობს ფაილს eqns.dat, განსაზღვრავს ხომ არ არის სისტემაში ერთიდაიგივე (ტოლი) ჰიპერსიბრტყეები. (შეგახენებთ, რომ ორ ტოლ ჰიპერსიბრტყეს აქვს ერთნაირი კოეფიციენტები და მუდმივები, ან მიიღებიან ერთმანეთისგან წრფივი გარდაქმნის შედეგად). დაბეჭდეთ მონაცემები, რომლებიც შეესაბამება იდენტურ ჰიპერსიბრტყეებს.
8. გააერთიანეთ ორი წინა ამოცანის პირობა და დაბეჭდეთ მხოლოდ განსხვავებული და არაპარალელური ჰიპერსიბრტყეების შესაბამისი მონაცემები.

ამოხსნა მატრიცის შებრუნებულის მეთოდით. ისარგებლეთ მატრიცის შებრუნებულით, რომ ამოხსნათ წრფივ განტოლებათა შემდეგი სისტემა. ჩაწერეთ სისტემა ორივე ფორმით: A*X=B, X*A=B, შეადარეთ ორივე შემთხვევაში მიღებული შედეგები.

9. $x + y + z + t = 4$
   $2x - y + t = 2$

$3x + y - z - t = 2$
$x - 2y - 3z + t = -3$

10. $2x + 3y + z + t = 1$
$x - y - z + t = 1$
$3x + y + z + 2t = 0$
$-x + z - t = -2$

11. $x - 2y + z + t = 3$
$x + z = t$
$2y - z = t$
$x + 4y + 2z - t = 1$

12. $x + 2y + w = 0$
$3x + y + 4t + 2w = 3$
$2x - 3y - z + 5w = 1$
$x + 2z + 2w = -1$

ურთიერთგადამკვეთი ჰიპერსიბრტყეები. თითოეული მოცემული წერტილისათვის შექმენით წრფივ განტოლებათა ორი განსხვავებული სისტემა, რომლებიც გადაიკვეთება მოცემულ წერტილში.

13. [3, -5, 7]
14. [0, -2, 1.5, 5]
15. [1, 2, 3, -2, -1]