

ფინალური გამოცდის ბილეთის ნიმუში ალბათობის თეორიასა და მათემატიკურ სტატისტიკაში

თეორიული საკითხები

1. ხდომილებათა დამოუკიდებლობის ორი განმარტება, წყვილ-წყვილად და ერთობლივად დამოუკიდებლობა. სულ 4 X 1 = 4 ქულა
2. პუასონის განაწილების კანონი (განმარტება) და რიცხვითი მახასიათებლები (ლოდინი, დისპერსია, მოდა). სულ 4 X 1 = 4 ქულა
3. დაწერეთ ნდობის ინტერვალი ნორმალური პოპულაციის საშუალოსათვის უცნობი დისპერსიის შემთხვევაში (თითოეული სიდიდის მითითებით). სულ 4 ქულა
4. ჰიპოთეზის შემოწმება ნორმალური პოპულაციის საშუალოსათვის ცნობილი დისპერსიის შემთხვევაში (კრიტერიუმი მარჯვენა ცალმხრივია). სულ 5 ქულა

პრაქტიკული ამოცანები

1. ჩანთაში დევს 6 წითელი და 4 მწვანე კალკულატორი. იღებენ ორ კალკულატორს დაბრუნების გარეშე. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ: ა) ორივე კალკულატორი წითელია; ბ) ორივე მწვანეა; გ) ზუსტად ერთი კალკულატორი წითელია; დ) ერთი კალკულატორი მაინც წითელია; ე) მეორე კალკულატორი წითელია.
1*. აგდებენ ორ სათამაშო კამათელს. თუ ცნობილია, რომ ერთ კამათელზე აღმოჩნდა 4 ქულა, მაშინ რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ: ა) მეორე კამათელზე აღმოჩნდება 5 ქულა? ბ) მეორე კამათელზე მოსული ქულა ნაკლები იქნება 4-ზე? გ) ორივე კამათელზე მოსული ჯამური ქულა მეტი იქნება 7-ზე?
2. მოყვარული სინოპტიკოსის თეორიის თანახმად თუ ერთ წელს იყო წყალდიდობა, მაშინ ალბათობა იმისა, რომ იგი განმეორდება მომდევნო წელს არის 0.7, ხოლო თუ ერთ წელს არ იყო წყალდიდობა, მაშინ ალბათობა იმისა, რომ იგი არ იქნება მომდევნო წელს არის 0.6. გასულ წელს წყალდიდობა არ ყოფილა. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ წყალდიდობა იქნება: ა) მომდევნო სამ წელიწადს ზედიზედ; ბ) ზუსტად ერთჯერ მომდევნო სამი წლის განმავლობაში.
2*. თესლის მოცემული პარტიიდან დათესეს 10000 თესლი და ნახეს, რომ აღმოცენდა 8498 თესლი. ამის შედეგად გაკეთდა დასკვნა, რომ თესლის მოცემული პარტიის აღმოცენებადობა შეადგენს 85%-ს ($p=0.85$). ვიპოვოთ ალბათობა იმისა, რომ მოცემული პარტიიდან დათესილი 100 თესლიდან აღმოცენდება: ა) ზუსტად 85 თესლი? ბ) 75-დან 90 თესლამდე? გ) არანაკლებ 80 თესლი? დ) არაუმეტეს 92 თესლი?
2**. სუპერმარკეტში დღის განმავლობაში გაყიდული ციტრუსების რაოდენობა მოდელირდება ნორმალური განაწილებით. აღმოჩნდა, რომ ხანგრძლივი პერიოდის მანძილზე დღეში საშუალოდ იყიდებოდა 35 კგ. ციტრუსი, ხოლო 15 კგ-ზე ნაკლები გაყიდულ იქნა საშუალოდ ყოველი 20 დღიდან ერთ დღეში. ა) გამოთვალეთ გაყიდვების სტანდარტული გადახრა σ ; ბ) ცნობილია, რომ კონკრეტულ დღეს გაიყიდა 53 კგ-ზე მეტი ციტრუსი. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ამ დღეს გაიყიდა 56 კგ-ზე მეტი ციტრუსი.
3. შემთხვევითი სიდიდის განაწილების კანონია $P\{\xi = k\} = C_{20}^k 0.3^k 0.7^{20-k}$, $k = 0, 1, \dots, 20$. რას უდრის: ა) ლოდინი; ბ) დისპერსია; გ) მედიანა; დ) მოდა; ე) ამ შემთხვევით სიდიდეზე 300 დაკვირვებისას 0.4 კვანტილზე მეტი მნიშვნელობის მოსვლის უაღბათესი რიცხვი.
3*. შემთხვევითი სიდიდის განაწილების სიმკვრივეა $f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 0.4e^{-0.4x}, & x \geq 0. \end{cases}$ რას უდრის: ა) ლოდინი; ბ) დისპერსია; გ) მედიანა; დ) პირველი კვარტილი; ე) ამ შემთხვევით სიდიდეზე 400 დაკვირვებისას პირველ კვარტილზე ნაკლები მნიშვნელობის მოსვლის მოსალოდნელი რიცხვი.
- 3****. მოცემულია: $\xi \equiv \chi^2(16)$. იპოვეთ: ა) იპოვეთ ისეთი მარცხენა ცალმხრივი ინტერვალი, რომელშიც ξ -ს მოხვედრის ალბათობაა 0.975; ბ) ამ შემთხვევით სიდიდეზე 300 დაკვირვებისას 0.8-კვანტილზე ნაკლები მნიშვნელობის მოსვლის მოსალოდნელი რიცხვი; გ) ამ შემთხვევით სიდიდეზე 100 დაკვირვებიდან მედიანაზე მეტი მნიშვნელობის მოსვლის უაღბათესი რიცხვი; დ) ალბათობა იმისა, რომ ამ შემთხვევით სიდიდეზე 10000 დაკვირვებისას 0.8-კვანტილზე მეტი მნიშვნელობა მოვა არანაკლებ 1950 და არაუმეტეს 2050; ე) დაწერეთ ნორმალური

განაწილების სიმკვრივე, რომლის რიცხვითი მახასიათებლები ემთხვევა $U([-2,3])$ -ის შესაბამის რიცხვით მახასიათებლებს.

4. 250 გამოკითხული მოსწავლიდან 60% ყოველ საღამოს 1 საათს მაინც მეცადინეობს. ა) ააგეთ 95%-იანი ნდობის ინტერვალი იმ მოსწავლეთა რეალური პროპორციისათვის, რომლებიც ყოველ საღამოს 1 საათს მაინც მეცადინეობენ. მასწავლებელს სურს 98%-იანი საიმედოობითა და 0.03-ის სიზუსტით შეაფასოს მაღალი კლასის იმ მოსწავლეების რეალური პროპორცია, რომლებიც ყოველ საღამოს 1 საათს მაინც მეცადინეობენ. ბ) რა მოცულობის უნდა იყოს საჭირო შერჩევა; გ) რა მოცულობის შერჩევა უნდა ავიღოთ იმ შემთხვევაში, როცა არ იქნება ხელმისაწვდომი შერჩევითი პროპორცია?

4*. წინა კვლევების თანახმად მკვლევარი თვლის, რომ პირველკურსელ სტუდენტთა წლოვანებების დისპერსია შეადგენს 1.6-ს. შემთხვევით შერჩეული 50 პირველკურსელის წლოვანებების შერჩევითი დისპერსია აღმოჩნდა 2.5. ა) $\alpha = 0.05$ მნიშვნელოვნების დონით არის თუ არა პირველკურსელ სტუდენტთა წლოვანებების დისპერსია 1.6-ზე მეტი? ბ) ააგეთ 99%-იანი ნდობის ინტერვალი პოპულაციის სტანდარტული გადახრისათვის.

5. არის თუ არა შემთხვევით შერჩეული კვირის განმავლობაში პირველი კომპანიის ტაქსების მიერ გავლილი მანძილების საშუალო მეტი ვიდრე მეორე კომპანიის ტაქსების მიერ გავლილი მანძილების საშუალო, თუ შესაბამისი შერჩევების მახასიათებლებია: $\bar{x}_{10} = 2837$, $s_1 = 30$; $\bar{y}_{11} = 2753$, $s_2 = 66$. ჩათვალოთ, რომ პოპულაციები ნორმალურია; მნიშვნელოვნების დონედ აიღეთ $\alpha = 0.05$. ააგეთ 95%-იანი ნდობის ინტერვალები საშუალოთა სხვაობისათვის და დისპერსიათა შეფარდებისათვის.

მითითება: წინასწარ შეამოწმეთ ჰიპოთეზა დისპერსიების ტოლობის შესახებ.

6. სამი ქარხანა უშვებს ერთიდაიგივე დეტალს. ამ ქარხნებიდან აღებულია შესაბამისად 250, 200 და 150 დეტალი, რომელთაგან არასტანდარტული აღმოჩნდა შესაბამისად 10, 9 და 11 დეტალი. შევამოწმოთ ჰიპოთეზა აღნიშნულ შერჩევათა ერთგვაროვნების შესახებ $\alpha = 0.1$ მნიშვნელოვნების დონით.

6*. მკვლევარს აინტერესებს არის თუ არა კავშირი ადამიანის სქესსა და მის მიერ მიღებული ალკოჰოლის რაოდენობას შორის. შემთხვევით შერჩეული 68 ადამიანისათვის მიღებული მონაცემების მიხედვით, $\alpha = 0.1$ მნიშვნელოვნების დონით, შეუძლია თუ არა მკვლევარს დაასკვნას, რომ მიღებული ალკოჰოლის რაოდენობა დაკავშირებულია სქესთან?

ალკოჰოლის მოხმარება

სქესი	დაბალი	საშუალო	მაღალი	ჯამი
მამრობ.	10	9	8	27
მდედრობ.	13	16	12	41
ჯამი	23	25	20	68

საკითხები ბონუს ქულებისათვის

- 1*). შეამოწმეთ ხდომილებათა დამოუკიდებლობის ორი განმარტების ეკვივალენტურობა. 2.5 ქულა
- 2*). გამოთვალეთ პუასონის განაწილების ლოდინი. 2.5 ქულა
- 3*). ახსენით რატომაა 3-ში ნდობის ინტერვალი ასეთი სახის. 2.5 ქულა
- 4*). ახსენით რატომაა 4-ში კრიტიკული არე ასეთი სახის. 2.5 ქულა

შენიშვნა! ა) ჰიპოთეზების შემოწმების პრაქტიკულ ამოცანაში: ბოლომდე უნდა გამოთვალოთ კრიტერიუმის მნიშვნელობა და იპოვოთ კრიტიკული არე და გამოიტანოთ დასკვნა.

ბ) შეგიძლიათ ისარგებლოთ ქვემოთმოყვანილი გამოსახულებებით:

$$[(\bar{X}_n - \bar{Y}_m) - (a_1 - a_2)] / S'_{n,m} \sqrt{1/n + 1/m} \cong t(n+m-2), \quad k = \min\{n-1, m-1\}.$$

$$\bar{x}_n - \bar{y}_m \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\sigma_1^2/n + \sigma_2^2/m}, \quad [(\bar{X}_n - \bar{Y}_m) - (a_1 - a_2)] / \sqrt{\sigma_1^2/n + \sigma_2^2/m} \cong N(0,1).$$

$$\bar{x}_n - \bar{y}_m \mp t_{n+m-2, \alpha/2} s'_{n,m} \sqrt{1/n + 1/m}, \quad n_i = \sum_{j=1}^r n_{ij}, \quad n_{i*} = \sum_{j=1}^r n_{ij}, \quad n_{*j} = \sum_{i=1}^k n_{ij}.$$

$$\bar{x}_n - \bar{y}_m \mp t_{k, \alpha/2} \sqrt{s_{1n}^2/n + s_{2m}^2/m}, \quad [(\bar{X}_n - \bar{Y}_m) - (a_1 - a_2)] / \sqrt{S_{1n}^2/n + S_{2m}^2/m} \cong N(0,1).$$

$$[(\bar{X}_n - \bar{Y}_m) - (a_1 - a_2)] / \sqrt{S_{1n}^2/n + S_{2m}^2/m} \cong t(k). \quad n\bar{p}_1, n\bar{q}_1, m\bar{p}_2, m\bar{q}_2 \geq 5.$$

$$\bar{x}_n - \bar{y}_m \mp z_{\alpha/2} \sqrt{s_{1n}^2/n + s_{2m}^2/m}. \quad (\bar{X}_n - \bar{Y}_m) / \sqrt{S_{1n}^2/n + S_{2m}^2/m} \cong t([c]). \quad \bar{Q} = 1 - \bar{P}.$$

$$(n+m-2)S_{n,m}^2 = (n-1)S_{1n}^2 + (m-1)S_{2m}^2. \quad \bar{p}_1 - \bar{p}_2 \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\bar{p}_1\bar{q}_1/n + \bar{p}_2\bar{q}_2/m}.$$

$$[(s_{1n}^2/n + s_{2m}^2/m)^2] / [(s_{1n}^2/n)^2/(n-1) + (s_{2m}^2/m)^2/(m-1)]. \quad \bar{P}_1 = S_1/n, \quad \bar{P}_2 = S_2/m.$$

$$\bar{P} = \frac{n}{n+m} \bar{P}_1 + \frac{m}{n+m} \bar{P}_2. \quad n_{ij}^* = \frac{n_{i^*} \cdot n_{j^*}}{n}. \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}. \quad F = \frac{S_{1n}^2/\sigma_1^2}{S_{2m}^2/\sigma_2^2} \cong F(n-1, m-1).$$

$$\bar{f} = \frac{\max\{s_{1n}^2, s_{2m}^2\}}{\min\{s_{1n}^2, s_{2m}^2\}}. \quad \hat{\chi}^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r \frac{(n_{ij} - n_{ij}^*)^2}{n_{ij}^*}. \quad \bar{x}_n - \bar{y}_m \mp t_{[c], \alpha/2} \sqrt{s_{1n}^2/n + s_{2m}^2/m}.$$

$$[(\bar{P}_1 - \bar{P}_2) - (p_1 - p_2)] / \sqrt{\bar{P}\bar{Q}(1/n + 1/m)} \cong N(0,1). \quad \frac{[S_n^2/(n-1) + S_m^2/(m-1)]^2}{[S_n^2/(n-1)]^2/(n-1) + [S_m^2/(m-1)]^2/(m-1)}$$

$$\frac{(S_n^2/n + S_m^2/m)^2}{(S_n^2/n)^2/(n-1) + (S_m^2/m)^2/(m-1)}. \quad (F_{m-1, n-1, 1-\alpha/2} \cdot s_1^2/s_2^2, F_{m-1, n-1, \alpha/2} \cdot s_1^2/s_2^2).$$

P.S. ბილეთს დართული ექნება ყველა აუცილებელი ცხრილი.