

## თეორიული საკითხები ფინალური გამოცდისათვის ალბათობის თეორიასა და მათემატიკურ სტატისტიკაში 2018/19 სასწ.წელი

1. საწინააღმდეგო ხდომილების ალბათობის ფორმულა.
2. სხვაობის ალბათობის ფორმულა კერძო/ზოგად შემთხვევაში.
3. ჯამის ალბათობის ფორმულა ორი ხდომილებისათვის კერძო/ზოგად შემთხვევაში.
4. პირობითი ალბათობის განმარტება, საწინააღმდეგო ხდომილების პირობითი ალბათობის ფორმულა, ნამრავლის ალბათობის ფორმულა.
5. ხდომილებათა დამოუკიდებლობის/ წყვილ-წყვილად და ერთობლივად დამოუკიდებლობის განმარტებები, ბერნშტეინის მაგალითი.
6. ხდომილებათა სრული სისტემა, სრული ალბათობის ფორმულა  $A, \bar{A}$  სრული სისტემისათვის, ბაიესის ფორმულა.
7. ბერნულის ფორმულა და მისი პუასონისა და მუავრ-ლაპლასის მიახლოებები, ულბათესი რიცხვი.
8. დისპერსიის განმარტებები და გამოსათვლელი ფორმულები.
9. კოვარიაციის განმარტებები და გამოსათვლელი ფორმულები.
10. ბინომიალური განაწილების კანონის განმარტება და რიცხვითი მახასიათებლები (ლოდინი, დისპერსია, ულბათესი რიცხვი).
11. გეომეტრიული/პუასონის განაწილების კანონის განმარტება და რიცხვითი მახასიათებლები (ლოდინი, დისპერსია, მოდა).
12.  $[a, b]$  სეგმენტზე თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდის ა) განაწილების სიმკვრივეა; ბ) განაწილების ფუნქციაა; გ) მათემატიკური ლოდინია; დ) დისპერსიაა; ე) მედიანაა; ვ)  $\alpha$ -კვანტილია.
13. ექსპონენციალური ანუ მაჩვენებლიანი შემთხვევითი სიდიდის პარამეტრით  $\lambda$  ა) განაწილების სიმკვრივეა; ბ) განაწილების ფუნქციაა; გ) მათემატიკური ლოდინია; დ) დისპერსიაა; ე) მედიანაა; ვ)  $\alpha$ -კვანტილია.
14. განაწილების კანონისა და განაწილების ფუნქციის განმარტება და მათ შორის კავშირები.
15. განაწილების ფუნქციის განმარტება და თვისებები (არაკლებადობა, მარჯვნიდან უწყვეტობა).
16. შემთხვევით სიდიდეთა დამოუკიდებლობა და არაკორელირებულობა.
17. შემთხვევით სიდიდეთა ჯამის/სხვაობის დისპერსიის ფორმულა.
18. დიდ რიცხვთა კანონის (ცენტრალური ზღვართი თეორემის) შინაარსი.
19. შერჩევითი საშუალოს განაწილების კანონები ნორმალური პოპულაციისათვის ცნობილი და უცნობი დისპერსიების შემთხვევებში.
20. შერჩევითი დისპერსიის განაწილების კანონები ნორმალური პოპულაციისათვის ცნობილი და უცნობი საშუალოების შემთხვევებში.
21. ჩამოაყალიბეთ შეფასებათა აგების მაქსიმალური დასაჯერობისა და მომენტთა მეთოდები.
22. დაწერეთ ნდობის ინტერვალისა და შერჩევის მინიმალური მოცულობის ფორმულები ყველა შემავალი სიდიდის მითითებით ნორმალური პოპულაციის საშუალოსათვის ცნობილი დისპერსიის შემთხვევაში.
23. დაწერეთ ნდობის ინტერვალი ნორმალური პოპულაციის საშუალოსათვის უცნობი დისპერსიის შემთხვევაში ყველა შემავალი სიდიდის მითითებით.

24. დაწერეთ ნდობის ინტერვალი ნორმალური პოპულაციის დისპერსიისათვის ცნობილი/უცნობი საშუალოს შემთხვევაში ყველა შემავალი სიდიდის მითითებით.
25. დაწერეთ ასიმპტოტური ნდობის ინტერვალისა და შერჩევის მინიმალური მოცულობის ფორმულები ყველა შემავალი სიდიდის მითითებით ბერნულის სქემაში.
26. ჰიპოთეზის შემოწმება ნორმალური განაწილების მათემატიკური ლოდინის შესახებ ცნობილი დისპერსიის შემთხვევაში. შერჩევის მინიმალური მოცულობა მოცემული  $\alpha, \beta$  - სთვის.
27. ჰიპოთეზის შემოწმება ნორმალური განაწილების მათემატიკური ლოდინის შესახებ უცნობი დისპერსიის შემთხვევაში.
28. ჰიპოთეზის შემოწმება ნორმალური პოპულაციის დისპერსიისათვის ცნობილი/უცნობი საშუალოს შემთხვევაში.
29. ჰიპოთეზათა შემოწმება ბერნულის სქემაში.

### შენიშვნა:

I. ჰიპოთეზის შემოწმების საკითხებში მითითებული იქნება კრიტერიუმი ორმხრივია თუ მარჯვენა ან მარცხენა ცალმხრივი და პასუხი უნდა მოიცავდეს შემდეგ კომპონენტებს: ა) ძირითადი და ალტერნატიული ჰიპოთეზა; ბ) კრიტერიუმის სტატისტიკა და მისი განაწილება; გ) კრიტიკული წერტილი, კრიტიკული არე  $C. R.$ ; დ) გადაწყვეტილების მიღების წესი; ე) შეზღუდვები.

II. ბილეთში მოცემული იქნება ზოგიერთი დამხმარე თანაფარდობები. ბილეთს დართული იქნება ყველა აუცილებელი ცხრილი. თეორია და პრაქტიკული ამოცანები შეფასდება ჯამში 40 ქულით. იქნება ბონუს ქულები (ჯამში 10 ქულა).

III. საკითხების ფორმულრებისას უნდა მიეთითოს სიტყვიერად ან ახალი ფორმულის სახით (როცა ამის შესაძლებლობა არსებობს) რას წარმოადგენს გამოსახულებაში შემავალი თითოეული წევრი (სიდიდე).

### დამატებითი საკითხები პრაქტიკული ამოცანებისათვის

1. დისკრეტული/უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდისთვის  $P\{\xi \in \langle a, b \rangle\}$  ალბათობის გამოთვლა.
2. კავშირი ორგანზომილებიან განაწილების კანონსა და მარგინალურ განაწილების კანონებს შორის.
3. ამოცანები ნორმალურ ანუ გაუსის შემთხვევით სიდიდეზე: ა) განაწილების სიმკვრივეა; ბ) მათემატიკური ლოდინია; გ) დისპერსიაა; დ) მედიანაა; ე) მის  $\alpha$  -კვანტილსა და სტანდარტული ნორმალური განაწილების  $\alpha$  -კვანტილს შორის კავშირია; ვ) ის ღებულობს მნიშვნელობას  $(c, d)$  ინტერვალიდან ალბათობით: . . . .
4. ჰიპოთეზის შემოწმება ორი დამოუკიდებელი ნორმალური პოპულაციის საშუალოსათვის ცნობილი დისპერსიების შემთხვევაში. ნდობის ინტერვალი საშუალოთა სხვაობისათვის.
5. ჰიპოთეზის შემოწმება ორი დამოუკიდებელი ნორმალური პოპულაციის საშუალოსათვის ტოლი მაგრამ უცნობი დისპერსიების შემთხვევაში. ნდობის ინტერვალი საშუალოთა სხვაობისათვის.
6. ორამოკრეფიანი  $t$ -კრიტერიუმი არატოლი უცნობი დისპერსიების შემთხვევაში. ნდობის ინტერვალი საშუალოთა სხვაობისათვის.

7. ჰიპოთეზათა შემოწმება წარმატებათა ალბათობებისათვის ბერნულის ცდათა ორი დამოუკიდებელი მიმდევრობისათვის. ნდობის ინტერვალი  $p_1 - p_2$  სხვაობისათვის.
8. ჰიპოთეზის შემოწმება ორი დამოუკიდებელი ნორმალური პოპულაციის დისპერსიების შესახებ. ნდობის ინტერვალი დისპერსიათა შეფარდებისათვის.
9. ჰიპოთეზის შემოწმება განაწილების ნორმალურობის შესახებ (თანხმობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმში). მოცემული იქნება ინტერვალური სიხშირეები და შერჩევითი მახასიათებლები.
10. დამოუკიდებლობის/ერთგვაროვნების ჰიპოთეზის შემოწმება.

### საკითხები ბონუს ქულებისთვის (ჯამში 4 X 2.5 = 10 ქულა)

1. შეამოწმეთ საწინააღმდეგო ხდომილების (უპირობო)/პირობითი ალბათობის ფორმულა.
2. შეამოწმეთ სხვაობის ალბათობის ფორმულა კერძო/ზოგად შემთხვევაში.
3. შეამოწმეთ ჯამის ალბათობის ფორმულა ორი ხდომილებისათვის.
4. შეამოწმეთ ხდომილებათა დამოუკიდებლობის ორი განმარტების ეკვივალენტურობა.
5. შეამოწმეთ ბერნუტეინის მაგალითის სამართლიანობა.
6. შეამოწმეთ სრული ალბათობის/ბაიესის ფორმულა  $A, \bar{A}$  სრული სისტემისათვის.
7. შეამოწმეთ დისპერსიის/კოვარიაციის ორი განმარტების ეკვივალენტურობა.
8. გამოთვალეთ ბინომიალური განაწილების ლოდინი (თუ ბერნულის განაწილებაზე დაიყვანთ, მაშინ ზუსტად უნდა იყოს ახსნილი ეს გადასვლა).
9. გამოთვალეთ გეომეტრიული/პუასონის განაწილების ლოდინი.
10. გამოთვალეთ  $[a, b]$  სეგმენტზე თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდის ა) მედიანა; ბ)  $\alpha$ -კვანტილი.
11. გამოთვალეთ ექსპონენციალური ანუ მაჩვენებლიანი შემთხვევითი სიდიდის ა) მედიანა; ბ)  $\alpha$ -კვანტილი.
12. შეამოწმეთ განაწილების კანონისა და განაწილების ფუნქციის დამაკავშირებელი თანაფარდობები.
13. შეამოწმეთ განაწილების ფუნქციის არაკლებადობა/მარჯვნიდან უწყვეტობა.
14. შეამოწმეთ დამოუკიდებელ შემთხვევით სიდიდეთა ნამრავლის ლოდინის ფორმულა დისკრეტული შემთხვევაში.
15. შეამოწმეთ შემთხვევით სიდიდეთა ჯამის/სხვაობის დისპერსიის ფორმულა.
16. ახსენით რატომაა ნდობის ინტერვალი შესაბამისი სახის.
17. ახსენით რატომაა კრიტიკული არე შესაბამისი სახის.