შუალედური გამოცდის საკითხები ალბათობის თეორიასა და მათემატიკურ სტატისტიკაში 2016/17 სასწ.წ.

1. ნამრავლის პრინციპი (**შემოწმება** ობიექტთა წყვილისათვის), კომბინატორიკის ფორმულები (წყობისა და ჯუფდების ფორმულების **შემოწმება**).
2. ალბათობის კლასიკური, გეომეტრიული და სტატისტიკური განმარტებები.
3. საწინააღმდეგო ხდომილების ალბათობა (**შემოწმება**)
4. სხვაობის ალბათობის ფორმულა (ორი შემთხვევა) (**შემოწმება**).
5. ჯამის ალბათობის ფორმულა (ორი შემთხვევა) (**შემოწმება**).
6. პირობითი ალბათობის ცნება, ხდომილებათა დამოუკიდებლობა (ორი განმარტების ეკვივალენტურობის **შემოწმება**). წყვილ-წყვილად და ერთობლივად დამოუკიდებლობა, ბერნშტეინის მაგალითი (**შემოწმება**).
7. ნამრავლის ალბათობის ფორმულა (ორი შემთხვევა).
8. სრული ალბათობისა და ბაიესის ფორმულები (**შემოწმება**).
9. ბერნულისა და პუასონის ფორმულები (**სრული ფორმულირება).**
10. უალბათესი რიცხვის განმარტება და გამოსათვლელი თანაფარდობა (**სრული ფორმულირება).**
11. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის მოდის, მედიანის, კვანტილის, ზედა კრიტიკული წერტილის განმარტებები, ასიმეტრიისა და ექსცესის განმარტებები და გამოსათვლელი ფორმულები.
12. უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდის მოდის, მედიანის, კვანტილის, ზედა კრიტიკული წერტილის, ასიმეტრიისა და ექსცესის განმარტებები.
13. კონკრეტული დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდე პარამეტრით (ებით) ა) ღებულობს k-ს ტოლ მნიშვნელობას ალბათობით; ბ) მისი მათემატიკური ლოდინია (ბერნულის, ბიმომურის, პუასონისა და გეომეტიულისთვის **შემოწმება**); გ) მისი დისპერსიაა (ბერნულის, ბინომურის, პუასონისა და გეომეტიულისთვის **შემოწმება**);
14. კონკრეტული უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდის პარამეტრით (ებით) ა) განაწილების სიმკვრივეა (თანაბარი და ექსპონენციალურის განაწილების ფუნქციაც); ბ) მისი მათემატიკური ლოდინია; გ) მისი დისპერსიაა; დ) მისი მოდაა; ე) მისი მედიანაა (თანაბარისა და ექსპონენციალურისთვის **შემოწმება**); ვ) მისი α-კვანტილია (თანაბარისა და ექსპონენციალურისთვის **შემოწმება**); ზ) მისი α ზედა კრიტიკული წერტილია.
15. განმარტეთ ხი-კვადრატ, სტიუდენტისა და ფიშერის განაწილებები.
16. განაწილების ფუნქციის განმარტება და თვისებები (მათ შორის კავშირი განაწილების კანონსა და განაწილების ფუნქციას შორის) (**შემოწმება**).
17. $P\{\xi \in \langle a, b\rangle\}$ ალბათობა ტოლია (ორი შემთხვევა) (**შემოწმება**).
18. ორგანზომილებიანი განაწილების კანონი და განაწილების ფუნქცია, კავშირი ერთობლივ განაწილებასა და მარგინალურ განაწილებებს შორის (**შემოწმება**)..
19. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინის განმარტება და თვისებები.
20. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის დისპერსიის განმარტებები (ორი განმარტების ეკვივალენტურობის **შემოწმება**), გამოსათვლელი ფორმულები და თვისებები.
21. კოვარიაციისა (ორი განმარტების ეკვივალენტურობის **შემოწმება**) და კორელაციის განმარტებები, გამოსათვლელი ფორმულები და თვისებები.
22. შემთხვევით სიდიდეთა დამოუკიდებლობა და არაკორელირებულობა.
23. ჯამისა და სხვაობის დისპერსიის ფორმულები (ორი შემთხვევა) (**შემოწმება**).
24. შემთხვევითი სიდიდის ფუნქციის განაწილების კანონი და ლოდინი.
პირობითი განაწილება; რეგრესიის მრუდი (ფუნქცია)
25. დამოუკიდებელ ნორმალურად განაწილებულ შემთხვევით სიდიდეთა საშუალო არითმეტიკულის განაწილების კანონები, როცა დისპერსია ცნობილია (როცა დისპერსია უცნობია).

26. დამოუკიდებელ ნორმალურად განაწილებულ შემთხვევით სიდიდეთა საშუალო არითმეტიკულისაგან ჯამური კვადრატული გადახრის განაწილებები, როცა მათემატიკური ლოდინი ცნობილია (როცა მათემატიკური ლოდინი უცნობია)
27. ჩებიშევის უტოლობა (სრული **ფორმულირება**). ზღვარითი თეორემების განმარტება და ჩამოყალიბება (სრული **ფორმულირება**).

ტიპური კითხვები და შეფასებები

საკითხი	**განმარტება**	**ფორმულა / სრული ფორმულირება**	**შემოწმება**
ნამრავლის პრინციპი		1	2
წყობის ფორმულა		1	2
ჯუფდების ფორმულა		1	2
ალბათობის ა) კლასიკური, ბ) გეომეტრიული და გ) სტატისტიკური განმარტება	1 / 1 / 1		
საწინააღმდეგო ხდომილების ალბათობა		1	2
სხვაობის ალბათობის ფორმულა ა) კერძო / ბ) ზოგადი შემთხვევა		1 / 1	2 / 2
ჯამის ალბათობის ფორმულა ა) კერძო / ბ) ზოგადი შემთხვევა		1 / 1	2 / 2
პირობითი ალბათობა	1		
ხდომილებათა დამოუკიდებლობის ორი განმარტება	1 + 1		2 + 2
ხდომილებათა ა) წყვილ-წყვილად / ბ) ერთობლივად დამოუკიდებლობა / გ) ბერნშტეინის მაგალითი	1 / 1 / --	-- / -- / 1	-- / -- / 3
ნამრავლის ალბათობის ფორმულა (ორი შემთხვევა)		1 + 1	2
სრული ალბათობის ფორმულა		1	3
ბაიესის ფორმულა		1	2
უალბათესი რიცხვი	1	1	
ბერნულის ფორმულა		1	
პუასონის ფორმულა		1	
დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის მოდა, მედიანა, კვანტილი, ზედა კრიტიკული წერტილი, ასიმეტრიისა და ექსცესის კოეფიციენტები	1 / -- / -- / -- / 1 / 1	-- / 1 / 1 / 1 / 2 / 2	
უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდის მოდა, მედიანა, კვანტილი, ზედა კრიტიკული წერტილი, ასიმეტრიისა და ექსცესის კოეფიციენტები	1 / -- / -- / -- / 1 / 1	-- / 1 / 1 / 1 /-- / --	
ბერნულის შემთხვევითი სიდიდე პარამეტრით p ა) მისი განაწილების კანონია; ბ) მისი მათემატიკური ლოდინია; გ) მისი დისპერსიაა	1 / -- / --	-- / 1 / 1	-- / 2 / 2
ბინომური შემთხვევითი სიდიდე პარამეტრებით (n,p) ა) ღებულობს k-ს ტოლ მნიშვნელობას ალბათობით; ბ) მისი მათემატიკური ლოდინია; გ) მისი დისპერსიაა	1 / -- / --	-- / 1 / 1	-- / 2 / 2
ჰიპეგეომეტრიული შემთხვევითი სიდიდე პარამეტრით (N,M,n) ა) ღებულობს m-ის ტოლ მნიშვნელობას ალბათობით; ბ) მისი მათემატიკური ლოდინია; გ) მისი დისპერსიაა	1 / -- / --	-- / 1 / 1	-- / -- / --

გეომეტრიული შემთხვევითი სიდიდე პარამეტრით p ა) ღებულობს k-ს ტოლ მნიშვნელობას ალბათობით; ბ) მისი მათემატიკური ლოდინია; გ) მისი დისპერსიაა	1 / -- / --	-- / 1 / 1	-- / 3 / 4
პუასონის შემთხვევითი სიდიდე პარამეტრით λ ა) ღებულობს k-ს ტოლ მნიშვნელობას ალბათობით; ბ) მისი მათემატიკური ლოდინია; გ) მისი დისპერსიაა	1 / -- / --	-- / 1 / 1	-- / 3 / 4
$[a,b]$ სეგმენტზე თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდის ა) განაწილების სიმკვრივეა; ბ) განაწილების ფუნქციაა; გ) მათემატიკური ლოდინია; დ) დისპერსიაა; ე) მედიანაა; ვ) α-კვანტილია	-- / -- / -- / -- / -- / --	1 / 1 / 1 / 1 / 1 / 1	-- / -- / -- / -- / 3 / 3
ექსპონენციალური ანუ მაჩვენებლიანი შემთხვევითი სიდიდის პარამეტრით λ ა) განაწილების სიმკვრივეა; ბ) განაწილების ფუნქციაა; გ) მათემატიკური ლოდინია; დ) დისპერსიაა; ე) მედიანაა; ვ) α-კვანტილია	-- / -- / -- / -- / -- / --	1 / 1 / 1 / 1 / 1 / 1	-- / -- / -- / -- / 3 / 3
ნორმალური ანუ გაუსის შემთხვევითი სიდიდის პარამეტრით (a, σ^2) ა) განაწილების სიმკვრივეა; ბ) მათემატიკური ლოდინია; გ) დისპერსიაა; დ) მედიანაა; ე) მის α-კვანტილსა და სტანდარტული ნორმალური განაწილების α-კვანტილს შორის კავშირია; ვ) ის ღებულობს მნიშვნელობას $\langle c, d\rangle$ ინტერვალიდან ალბათობით	-- / -- / -- / -- / -- / --	2 / 1 / 1 / 1 / 1 / 2	-- / -- / -- / -- / -- / --
ა) ხი-კვადრატ, ბ) სტიუდენტისა და გ) ფიშერის განაწილება	1 / 1 / 1	-- / -- / --	-- / -- / --
განაწილების ფუნქციის ა) განმარტება; ბ) არაკლებადობა; გ) მარჯვნიდან უწყვეტობა; დ) და ე) კავშირი განაწილების კანონსა და განაწილების ფუნქციას შორის	1 / -- / -- / -- / --	-- / 1 / 1 / 1 / 1	-- / 2 / 4 / 4 / 4
$P\{\xi \in \langle a,b\rangle\}$ ალბათობა ტოლია: ა) დისკრეტული / ბ) უწყვეტი	-- / --	1 / 1	3 / 3
ორგანზომილებიანი ა) განაწილების კანონი, ბ) განაწილების ფუნქცია, გ) კავშირი ერთობლივ განაწილების ფუნქციასა და მარგინალურ განაწილების ფუნქციებს შორის, დ) კავშირი ერთობლივ განაწილების კანონსა და მარგინალურ განაწილების კანონებს შორის	1 / 1 / -- / --	-- / -- / 1 / 1	-- / -- / 3 / 4
დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინის განმარტება და თვისებები	1	2	
დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის დისპერსიის ა) და ბ) ორი განმარტება; გ) და დ) ორი გამოსათვლელი ფორმულა; ე) ორი განმარტების ეკვივალენტურობა; ვ) თვისებები	1 / 1 / -- / -- / -- / --	-- / -- / 1 / 1 / -- / 2	-- / -- / -- / -- / 3 / --
კოვარიაციის ფუნქციის ა) და ბ) ორი განმარტება; გ) და დ) ორი გამოსათვლელი ფორმულა; ე) ორი განმარტების ეკვივალენტურობა; ვ) თვისებები კორელაციის განმარტებები და გამოსათვლელი ფორმულები.	1 / 1 / -- / -- / -- / --	-- / -- / 1 / 1 / -- / 2	-- / -- / -- / -- / 3 / --

კორელაციის კოეფიციენტის ა) განმარტება ბ) თვისებები	1 / --	-- / 2	
შემთხვევით სიდიდეთა ა) დამოუკიდებლობა, ბ) არაკორელირებულობა, გ) მათ შორის კავშირი	1 / 1 / --	-- / -- / 1+1	
ჯამის (ან სხვაობის) დისპერსიის ფორმულა ა) კერძო / ბ) ზოგადი შემთხვევა		1 / 1	3 / 3
შემთხვევითი სიდიდის ფუნქციის ა) განაწილების კანონი, ბ) მათემატიკური ლოდინი.		1 / 1	
ა) პირობითი განაწილება; ბ) რეგრესიის მრუდი (ფუნქცია)	1 / 1		
დამოუკიდებელ ნორმალურად განაწილებულ შემთხვევით სიდიდეთა საშუალო არითმეტიკუ-ლის განაწილების კანონები, როცა დისპერსია ა) ცნობილია, ბ) უცნობია		2 / 2	
დამოუკიდებელ ნორმალურად განაწილებულ შემთხვევით სიდიდეთა საშუალო არითმეტიკუ-ლისაგან ჯამური კვადრატული გადახრის განა-წილებები, როცა მათემატიკური ლოდინი ა) ცნობილია; ბ) უცნობია		2 / 2	
ჩებიშევის უტოლობა		1	
დიდ რიცხვთა კანონის ა) განმარტება, ბ) რომელიმე საკმარისი პირობა	2 / --	-- / 2	
ცენტრალური ზღვარითი თეორემის ა) განმარტება, ბ) რომელიმე საკმარისი პირობა	2 / --	-- / 2	
მუავრ-ლაპლასის ა) ლოკალური, ბ) ინტეგრალური ფორმულა		2 / 2	

პასუხის ნიმუშები:

ა) სხვაობის ალბათობის ფორმულა (ზოგადი შემთხვევა):

ფორმულირება – ნებისმიერი A და B ხდომილებებისათვის $P(A\backslash B)=P(A)-P(AB)$;

შემოწმება – სხვაობა $A\backslash B$ იგივეა რაც სხვაობა $A\backslash AB$. ცხადია, რომ $AB\subset A$, ამიტომ თუ ახლა გამოვიყენებთ სხვაობის ალბათობის ფორმულას კერძო შემთხვევისთვის, მივიღებთ $P(A\backslash B)=P(A\backslash AB)=P(A)-P(AB)$.

ბ) დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის ასიმეტრიის კოეფიციენტი:

განმარტება -- $a=\frac{E(\xi-E\xi)^3}{(\sqrt{E(\xi-E\xi)^2})^3}$;

გამოსათვლელი ფორმულა -- $a=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-E\xi)^3p_i}{(\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-E\xi)^2p_i})^3}$, სადაც $p_i=P(\xi=x_i)$.

გ) დამოუკიდებელ ნორმალურად განაწილებულ შემთხვევით სიდიდეთა საშუალო არითმეტიკულის განაწილების კანონი, როცა დისპერსია უცნობია:

სრული ფორმულირება – თუ $\xi_1,\ \xi_2,\ .\ .\ .\ ,\ \xi_n$ დამოუკიდებელი ნორმალურად განაწილებული $N(a,\sigma^2)$ შემთხვევითი სიდიდეებია, მაშინ $\frac{\bar{\xi}-a}{S'/\sqrt{n}}\cong t(n-1)$, სადაც $\bar{\xi}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i$, $S'=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\xi_i-\bar{\xi})^2}$ და $t(n-1)$ სტიუდენტის განაწილებაა თავისუფლების ხარისხით $n-1$.